رسالہ در علم

۱۳۲۵ھ/۱۹۰۷ء

LOGARITHM

لوگارثم

محشّی

امام احمد رضا خان بریلوی

مرتبہ

سید محمد ریاست علی قادری بریلوی

ادارہ تحقیقات امام احمد رضا

رسالہ در علم لوگارثم

(۱۳۲۵ھ / ۱۹۰۷ء)

محشّی

امام احمد رضا خاں بریلوی

(۱۳۴۰ھ / ۱۹۲۱ء)

مُرتّبہ

سید محمد ریاست علی قادری رضوی بریلوی

کراچی

پاکستان

۱۴۰۰ھ / ۱۹۸۰ء

ادارہ تحقیقات احمد رضا

اے / ۴۷ بلاک ایل شمالی ناظم آباد کراچی ۳۳

سلسلۂ مطبوعات نمبر ۱

کتاب ———— رسالہ در علم لوگارثم

محشی ———— امام احمد رضا خاں بریلوی

مرتب ———— سید محمد ریاست علی قادری رضوی بریلوی

کاتب کا نام ————

مطبع کا نام ———— نفیس اکیڈمی

ناشر ———— ادارۂ اہلسنت کراچی، اخوند مسجد کھارادر

سنہ طباعت ———— ۱۴۰۰ھ / ۱۹۸۰ء

اشاعت ———— اول

تعداد ———— ایک ہزار

قیمت ———— روپے

ملنے کا پتہ

ادارہ تحقیقات امام احمد رضا

اے ۰/۷/۴، بلاک "ایل"

شمالی ناظم آباد، کراچی ۳۳

اِنتساب

نواسۂ مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم
العالیہ القدسیہ جناب مولانا خالد علیخاں
صاحب مدظلہ مہتمم دارالعلوم مظہر اسلام
(بریلی شریف) کے نام نامی جنہوں نے اس
فقیر کی گذارش اور حضور مفتیٔ اعظم ہند مولانا
محمد مصطفےٰ رضا خاں دامت برکاتہم العالیہ
القدسیہ کی دیرینہ خواہش کے احترام میں
یہ رسالہ اشاعت کے لئے عنایت فرمایا۔

کرم کردی الٰہی زندہ باشی!

سید محمد ریاست علی قادری، رضوی بریلوی

حرفِ آغاز

"رسالہ در علم لوگارثم (محشیہ اعلیحضرت امام احمد رضا خاں فاضل بریلوی) علم ریاضی MATHEMATICS کی ایک شاخ لوگارثم (LOGARITHM) سے متعلق ہے جس کو قارئین کی خدمت میں پیش کرنے کی سعادت حاصل کر رہا ہوں یہ رسالہ اعلیحضرت امام احمد رضا علیہ الرحمہ کے ان غیر مطبوعہ کتب و رسائل میں سے ایک ہے جو اب تک زیور طباعت سے آراستہ نہ ہو سکا اور اہل علم کی آنکھوں سے اوجھل رہا پروفیسر ڈاکٹر مسعود احمد صاحب نے ایک شاہکار مقدمہ لکھ کر یہ اچھی طرح واضح کر دیا ہے کہ امام احمد رضا علوم نقلیہ بلکہ علوم عقلیہ کے بھی ماہر تھے۔ اس ضمن میں مجھے یہ عرض کرنا ہے کہ اعلیحضرت احمد رضا کی غیر مطبوعہ کتب و رسائل کی ایک خاصی تعداد بریلی شریف میں ابھی تک مختلف حضرات کے یہاں الماریوں کی زینت بنی ہوئی ہے، یہ کتب اتنی بوسیدہ اور پرانی ہو چکی ہیں کہ اگر ان کو جلد شائع نہ کیا گیا تو اندیشہ ہے کہ یہ سب کی سب دیمک کی نذر ہو کر کسی کام کی نہ رہیں گی۔ ضرورت اس بات کی ہے کہ ان کتب کو حاصل کر کے شائع کیا جائے، اس سلسلے میں اگر ذرا سا بھی تساہل برتا گیا اور غیر ذمہ داری کا مظاہرہ کیا گیا تو مجھے خدشہ ہے کہ ہم ایک بہت ہی عظیم علمی ذخیرے سے محروم ہو جائیں گے، ۵۵ قدیم و جدید علوم پر ایک ہزار سے زائد تصنیف کرنے والا امام احمد رضا ایک ہمہ گیر و ہمہ صفت انسان تھا۔ علمی تبحر اور کثرت تالیف میں معاصرین میں اس کا کوئی مد مقابل تھا نہ ہم پلہ۔ وہ علم کا ایک ایسا بحر ناپید اکنار تھا جو قیامت تک ہمیں سیراب کرتا رہے گا، اس نے اپنی پوری زندگی تصنیف و تالیف کی نذر کر دی اور اپنی ۶۵ سالہ زندگی میں ہمیں اتنا کچھ دیا کہ اگر ہم اُس کے کارناموں پر تحقیق کریں تو نہ صرف ہم بلکہ آنے والی نسلیں بھی اس سے استفادہ کر سکتی ہیں۔ اگر ہم نے اس علمی خزانے سے کچھ حاصل نہ کیا تو یہ ہماری انتہائی بدقسمتی ہو گی جس کے ذمہ دار ہم خود ہوں گے۔ امام احمد رضا نے شب و روز مسلسل محنت کے بعد یہ علمی خزانہ ہم کو عطا فرمایا اگر ہم نے اس خزانے کو برباد کر دیا تو تاریخ ہمیں کبھی معاف نہ کرے گی۔ افسوس

اور حیرت ہے کہ آج امام احمد رضا کو وصال کئے ۵۸ سال گذر گئے اور ہم نے اس علمی خزانے سے کوئی فائدہ حاصل نہ کیا۔ اس کی ذمہ داری کس پر عائد ہوتی ہے اور کس پر نہیں، یہ ایک علیحدہ بحث ہے لیکن یہ ہم سب کی خواہش وتمنا ہے کہ ان کتب و رسائل کی اشاعت کا جلد انتظام کیا جائے ان جواہر پاروں کو اگر یونہی چھوڑ دیا گیا تو یہ اپنی ساری آب وتاب کھو بیٹھیں گے ابھی تو ہم یہ دعویٰ کرنے میں کسی حد تک حق بجانب ہیں کہ امام احمد رضا نے ایک ہزار سے زائد کتب تصنیف کیں لیکن اگر خدانخواستہ ہم اس خزانے سے ہاتھ دھو بیٹھے تو مستقبل میں یہ دعویٰ بے دلیل رہ جائے گا۔ خدارا ان کتب کو الماریوں سے باہر نکالیے تاکہ عالم اسلام ان سے مستفیض ہو سکے۔ میں اُن محترم المقام ہستیوں سے مؤدبانہ گذارش اور التماس کرتا ہوں جن کے پاس امام احمد رضا کی غیر مطبوعہ کتب موجود ہیں کہ ان کو شائع کر کے منظرِ عام پر لائیے۔ جب تک یہ کتب منظرِ عام پر نہیں آتیں اہل علم مطمئن نہیں ہو سکتے۔

ماہ ستمبر ۱۹۷۹ء میں فقیر نے بریلی شریف کے قیام کے دوران ان کتب و رسائل کے بارے میں مختلف حضرات سے تبادلۂ خیال کیا جس کے بڑے مفید اور مثبت نتائج برآمد ہوئے مولٰنا مولوی خالد علی خاں مدظلہٗ (نواسہ مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ) نے فقیر کے جذبہ کو سراہتے ہوئے امام احمد رضا کے ۶۲ غیر مطبوعہ اور مطبوعہ رسائل کو مہیا کر کے مولٰنا خالد علی خاں صاحب مدظلہٗ نے یقیناً ایک گرانقدر کارنامہ انجام دیا ہے اور دوسرے حضرات کے لئے تقلید کی راہیں کھول دی ہیں اللہ تعالیٰ ان کو جزائے خیر دے کہ انہوں نے اس کارِ خیر میں بڑھ چڑھ کر حصہ لیا۔ خدا کرے دوسرے حضرات بھی مولٰنا خالد علی خاں صاحب مدظلہٗ کے نقشِ قدم پر چل کر اپنی علم دوستی کا ثبوت دیں۔

پیشِ نظر "رسالہ درعلم لوگارثم" آپ کے ہاتھوں تک پہنچا کر میں نے اس کام کی ابتدا کر دی ہے۔ یہ میرے پیر و مرشد اور روحانی پیشوا حضور مفتی اعظم ہند دامت برکاتہم العالیہ القدسیہ کی دعاؤں کا اثر و نتیجہ ہے کہ میں نے اللہ کا نام لے کر اس میدان میں قدم رکھا۔ اس کارِ خیر میں مجھے کہاں تک کامیابی ہوئی، اس کا فیصلہ قارئین پر چھوڑتا ہوں۔ آخر میں محترم المقام جناب پروفیسر ڈاکٹر مسعود صاحب مدظلہٗ العالی کا تہہ دل سے مشکور ہوں جنہوں نے اس کارِ خیر میں میری ہر طرح مدد فرمائی اور مجھے اپنے قیمتی مشوروں سے نوازا۔ دراصل یہ موصوف ہی کے انمول اور قیمتی مشوروں کا نتیجہ ہے کہ پیشِ نظر رسالہ آپ کے ہاتھوں

میں ہے۔ دُعا گو ہوں کہ اللہ تعالیٰ پروفیسر صاحب کو اپنی بے پناہ رحمتوں سے نوازتا رہے آمین ثم آمین وصلی اللہ تعالیٰ علی سیدنا ومولانا محمد وآلہ واصحابہ اجمعین۔

قارئین کرام کو یہ بتانا بھی مناسب سمجھتا ہوں کہ اس کتاب کی تیاری میں اگر میری مدد علامہ سید شاہ تراب الحق قادری رضوی مدظلہ نہ فرماتے تو شاید یہ کتاب منظرِ عام پر نہ آتی۔ اس کتاب کی اشاعت وطباعت وغیرہ کا سارا کام موصوف ہی نے کروایا ہے۔

فقیر سید محمد ریاست علی قادری رضوی کا بریلوی

مشمولات

تعارف

فاضل مرتب جناب سید محمد ریاست علی رضوی ابن سید محمد واحد علی رضوی، بریلی (بھارت) میں پیدا ہوئے پھر پاکستان آکر ایس. ایم. کالج (کراچی) میں تعلیم حاصل کی۔ اس کے بعد چار سال جرمنی رہ کر ٹیلی مواصلات کے شعبے میں تربیت حاصل کی۔ جرمنی سے واپسی کے بعد بحیثیت مترجم، جرمنی سے انگریزی ترجمے کا کام کرتے رہے۔ پھر محکمہ ٹیلیفون میں ملازمت کرلی آج کل ٹیلیفون انڈسٹریز آف پاکستان کراچی سیلز ڈیپارٹمنٹ میں منیجر ہیں اور جرمنی سے انگریزی ترجمہ کا کام بھی جاری ہے۔

سید صاحب ابتداء میں جدید رنگ میں رنگے ہوئے تھے، ۱۹۵۶ء میں جب بریلی گئے تو وہاں امام احمد رضا کے فرزند جانشیں مفتی اعظم مولانا محمد مصطفےٰ رضا خاں سے بیعت ہو گئے ۱۹۷۹ء میں اجازت وخلافت بھی مل گئی۔ اب رنگ بالکل بدل گیا اور وہ اللہ کے رنگ میں رنگ گئے اور اللہ کے رنگ سے بہتر کس کا رنگ ہے؟

سید صاحب کو اہل علم سے نسبی تعلق بھی ہے چنانچہ امام احمد رضا کے منظور نظر مولوی سید محمد ایوب علی صاحب رضوی جنہوں نے سب سے پہلے امام احمد رضا کی سوانح مرتب کرنے کے لئے برادران طریقت کو متوجہ کیا، سید صاحب کے خالو تھے۔ اسی طرح ملک کے نامور محقق وقلمکار سید الطاف علی بریلوی (سکریٹری آل پاکستان ایجوکیشنل کانفرنس، کراچی) سید صاحب کے ماموں ہیں۔

سید صاحب کو لکھنے پڑھنے کا بھی شوق ہے۔ ان کے مضامین اخبار جنگ، نوائے وقت وغیرہ میں شائع ہوتے رہے ہیں اور حال ہی میں ان کی ایک کتاب مفتیٔ اعظم (مطبوعہ کراچی ۱۹۷۹ء) منظر عام پر آئی ہے جو اپنے موضوع پر پہلی کتاب ہے ـــــ سید صاحب کے اسی ذوق و شوق نے ان کو امام احمد رضا کے علمی آثار کی طرف متوجہ کیا چنانچہ ۱۹۷۰ء میں جب وہ بریلی گئے تو وہاں مفتیٔ اعظم ہند دامت برکاتہم کے نواسے مولانا خالد علی خاں صاحب کی عنایت سے پچاس سے زیادہ غیر مطبوعہ قلمی حواشی اور مطبوعہ رسائل اپنے ہمراہ لائے ـــــ امام احمد رضا کے علمی آثار

ان کے اخلاف میں بٹے ہوے ہیں اس لیے اہل علم کے لئے ان تک رسائی مشکل ہوگئی۔ بہر کیف حضرت مفتی اعظم مولانا محمد مصطفےٰ رضاخاں کے ایماء اور حضرت مولانا حامد رضاخاں صاحب کے پوتوں مولانا محمد اختر رضاخاں (فاضل جامعہ ازہر، مصر) اور مولانا محمد منان رضاخاں کی کوششوں سے بریلی میں ادارۂ اشاعت تصنیفات رضا قائم ہوگیا ہے جو امام احمد رضا کی غیر مطبوعہ تصانیف کو منظر عام پر لارہا ہے چنانچہ حال ہی میں سید صاحب کی عنایت سے مندرجہ ذیل رسائل راقم کی نظر سے گزرے :۔

(۱) اعتقاد الاحباب فی الجمیل والمصطفےٰ والآل والاصحاب (۱۲۹۸ھ/ ۱۸۸۰ء)
مطبوعہ بریلی ۱۳۹۸ھ/ ۱۹۷۸ء

(۲) تجلیۃ السلم فی مسائل من نصف العلم (۱۳۲۱ھ/ ۱۹۰۳ء)
مطبوعہ بریلی ۱۳۹۹ھ/ ۱۹۷۹ء)

اسی طرح کام ہوتا رہا تو پاک و ہند اور بیرونی ممالک میں امام احمد رضا پر تحقیق کرنے والوں کے لئے اصل مآخذ مہیا ہو جائیں گے اور ایک مشکل کا سد باب ہو جائے گا، اگر یہ ادارہ جدید اصول تحقیق و تدوین کو سامنے رکھ کر کام کرے تو اس کی مطبوعات کی افادیت دو چند ہو سکتی ہے۔

بریلی سے امام احمد رضا کے جو قلمی حواشی سید صاحب اپنے ہمراہ پاکستان لائے ہیں ان کی تفصیل یہ ہے :۔

(۱) حاشیہ میزان الاعتدال
(۲) حاشیہ ارشاد الساری شرح البخاری
(۳) حاشیہ معالم التنزیل
(۴) حاشیہ فتح المغیث
(۵) حاشیہ مسلک المتقسط
(۶) حاشیہ مفتاح السعادہ
(۷) حاشیہ تحفۃ الاخوان
(۸) حاشیہ شفاء الاسقام
(۹) حاشیہ فتاویٰ خیریہ
(۱۰) حاشیہ جامع الرموز
(۱۱) حاشیہ سنن ابن ماجہ
(۱۲) حاشیہ اصابہ فی معرفۃ الصحابہ
(۱۳) حاشیہ جامع الفصولین
(۱۴) حاشیہ فتح المعین
(۱۵) حاشیہ خلاصہ تذہیب الکمال
(۱۶) حاشیہ بہادر خانی
(۱۷) حاشیہ تحفۂ اثنا عشریہ
(۱۸) حاشیہ الدر المکنون
(۱۹) حاشیہ تعطیر الانام
(۲۰) حاشیہ خلاصۃ الوفاء
(۲۱) حاشیہ طحطاوی علی الدر المختار
(۲۲) حاشیہ التعقبات علی الموضوعات

(٢٣) حاشیہ کشف الاحوال فی نقد الرجال
(٢٤) حاشیہ رسالہ علم مثلث کروی
(٢٥) حاشیہ رسالہ در علم لوگارثم
(٢٦) حاشیہ جامع بہادر خانی
(٢٧) حاشیہ نیل الاوطار
(٢٨) تعلیقات علی الزیج الایلخانی
(٢٩) حاشیہ مجمع الانہر
(٣٠) حاشیہ مسند امام احمد بن حنبل
(٣١) حاشیہ خیالی علی شرح عقائد النسفی
(٣٢) حاشیہ الاصلاح شرح الایضاح
(٣٣) حاشیہ شرح نصاب الاحتساب
(٣٤) حاشیہ احیاء العلوم
(٣٥) حاشیہ العلل المتناہیہ
(٣٦) حاشیہ فرعتہ الاسلام
(٣٧) حاشیہ کتاب الزواجر
(٣٨) حاشیہ مقدمہ ابن خلدون
(٣٩) حاشیہ کتاب الاسماء والصفات
(٤٠) حاشیہ تحریر اقلیدس

سر دست رسالہ در علم لوگارثم پیش کیا جا رہا ہے۔ یہ رسالہ کسی انگریزی رسالے کا ترجمہ معلوم ہوتا ہے، امام احمد رضا نے حواشی میں ایک جگہ متن کی اصلاح کرتے ہوئے لکھا ہے:۔

ایں غلط ست وغالباً سہو ترجمہ باشد (ص ٣٢)

رسالے کے مترجم و مصنف اور کاتب کے احوال نہیں معلوم ــــــ البتہ حواشی امام احمد رضا کے خود ان کی قلم سے ہیں چنانچہ کئی مقامات پر ان کے دستخط بھی موجود ہیں مثلاً صفحات ١٩، ٢٠، ٢٣، ٢٩ پر "احمد رضا غفرلہ" لکھا ہے اس سے اندازہ ہوتا ہے کہ حواشی امام احمد رضا ہی کے تحریر کردہ ہیں ــــــ صفحہ ٢٣ پر دستخط کے ساتھ شوال ٢٥ھ لکھا ہے جس سے پتہ چلتا ہے کہ یہ حواشی سنہ مذکور یعنی ١٣٢٥ھ/١٩٠٧ء میں تحریر کئے ــــــ یہ حواشی توضیحی و تشریحی بھی ہیں اور تنقیدی و تحقیقی بھی لیکن ان کی صحیح قدر و قیمت کا اندازہ وہی لگا سکتا ہے جو اس فن سے واقف ہے اور فارسی پر بھی عبور رکھتا ہے ــــــ

یہ رسالہ جناب سید محمد ریاست علی رضوی اپنے خرچ پر چھپوا رہے ہیں، مولی تعالیٰ ان کو اجر عظیم عطا فرمائے اور دوسروں کو ان کے نقش قدم پر چلنے کی توفیق عطا فرمائے امید ہے کہ وہ دوسرے حواشی بھی اسی ذوق و شوق سے چھپوائیں گے، مولائے کریم ان کو ہمت و استقامت ارزانی فرمائے۔ آمین بجاہ سید المرسلین رحمۃ للعالمین صلی اللہ تعالیٰ علیہ وآلہ واصحابہ وسلم۔

احقر محمد مسعود احمد عفی عنہ

تقدیم

از

پروفیسر ڈاکٹر محمد مسعود احمد

امام احمد رضا خاں بریلوی

ا

امام احمد رضا خاں بریلوی پاک و ہند کے علماء و فضلاء میں نہایت ممتاز تھے، وہ ۱۰ر شوال المکرم ۱۲۷۲ھ مطابق ۱۴ر جون ۱۸۵۶ء بریلی (یو۔پی، بھارت) میں پیدا ہوئے۔ ان کے والد ماجد مولانا نقی علی خاں (۱۲۹۷ھ/۱۸۸۰ء) بھی اپنے وقت کے متبحر عالم تھے[۱]۔ ابتدائی تعلیم دوسرے اساتذہ[۲] سے حاصل کرنے کے بعد علوم عقلیہ و نقلیہ کی تحصیل انہیں سے کی اور پھر بہت سے علوم و فنون محض اپنے وجدان سے حاصل کئے، مندرجہ ذیل علمائے عرب سے سند حدیث لی:-

(۱) شیخ احمد بن زین دحلان مکی (۱۲۹۹ھ/۱۸۸۱ء)

(۲) شیخ عبدالرحمٰن سراج مکی (۱۳۰۱ھ/۱۸۸۳ء)

(۳) شیخ حسین بن صالح مکی (۱۳۰۲ھ/۱۸۸۴ء)

امام احمد رضا حیرت انگیز ذہانت و فطانت کے مالک تھے، ان کو چودھویں صدی ہجری کا بے مثال عبقری کہا جائے تو بے جا نہ ہوگا۔ انہوں نے ۵۵ علوم و فنون کا ذکر کیا ہے، تقریباً ۴۴ علوم و فنون ذاتی مطالعہ سے حاصل کئے اور باقی اساتذہ سے —— جو علوم و فنون اساتذہ

---

(۱) (الف) احمد رضا خاں: جواہر البیان فی اسرار الارکان، مطبوعہ بریلی

(ب) ظفر الدین بہاری: حیات اعلیٰ حضرت (۱۳۶۹ھ/۱۹۳۸ء) جلد اول، مطبوعہ کراچی، ص ۶، ۹

(۲) شاہ ابوالحسین احمد النوری (۱۳۲۴ھ/۱۹۰۶ء) مرزا عبدالعلی رام پوری (۱۳۰۳ھ/۱۸۸۵ء) اور مرزا غلام قادر بیگ، امام احمد رضا کے اساتذہ میں شامل ہیں (حیات اعلیٰ حضرت، ص ۳۵) مسعود

سے حاصل کئے ان کی تفصیل یہ ہے :۔

(۱) علم قرآن (۲) علم حدیث (۳) اصول حدیث (۴) فقہ حنفی (۵) کتب فقہ جملہ مذاہب (۶) اصول فقہ (۷) جدل مہذب (۸) علم تفسیر (۹) علم العقائد والکلام (۱۰) علم نحو (۱۱) علم صرف (۱۲) علم معانی (۱۳) علم بیان (۱۴) علم بدیع (۱۵) علم منطق (۱۶) علم مناظرہ (۱۷) علم فلسفہ (۱۸) علم تکسیر (۱۹) علم ہیأۃ (۲۰) علم حساب (۲۱) علم ہندسہ ۳

مندرجہ ذیل علوم کسی استاد سے حاصل نہیں کئے البتہ ان علوم وفنون کے ماہرین سے اجازت حاصل کی :۔

(۲۲) قراءت (۲۳) تجوید (۲۴) تصوف (۲۵) سلوک (۲۶) اخلاق (۲۷) اسماء الرجال (۲۸) سیر (۲۹) تواریخ (۳۰) لغت (۳۱) ادب مع جملہ فنون (۳۲) ارثما طیقی (۳۳) جبر ومقابلہ (۳۴) حساب سینی (۳۵) لوغارثمات (۳۶) علم التوقیت (۳۷) مناظر ومرایا (۳۸) علم الاکر (۳۹) زیجات (۴۰) مثلث کروی (۴۱) مثلث مسطح (۴۲) ہیأۃ جدیدہ (۴۳) مربعات (۴۴) جفر (۴۵) زائرچہ (۴۶) نظم عربی (۴۷) نظم فارسی (۴۸) نظم ہندی (۴۹) نثر عربی (۵۰) نثر فارسی (۵۱) نثر ہندی (۵۲) خط نسخ (۵۳) خط نستعلیق (۵۴) تلاوت مع تجوید (۵۵) علم الفرائض ۴

اس قدر علوم وفنون کا ذکر کرنے کے بعد امام احمد رضا لکھتے ہیں :۔

وحاشا للہ ماقلتہ فخراً وتمدحاً بل تحدثاً بنعمت الکریم المنعم۔ (۵)

(ترجمہ) اللہ کی پناہ میں نے یہ باتیں فخر اور خواہ مخواہ کی خودستائی کے طور پر بیان نہیں کیں بلکہ منعم کریم کی عطا فرمودہ نعمت کا ذکر کیا ہے۔

امام احمد رضا نے لکھا ہے کہ جب ان کا شمار فارغ التحصیل علماء میں ہونے لگا تو ان کی عمر صرف تیرہ سال، دس ماہ اور پانچ دن کی تھی، اسی روز

---

(۳) احمد رضا خان، الدجازۃ المتینہ لعلماء بکۃ والمدینہ، مشمولہ رسائل رضویہ، جلد دوم ۱۳۹۶ھ/۱۹۷۶ء، ص ۳۰۱

(۴) ایضاً، ص ۳۰۳، ۳۰۷، ۳۱۵

(۵) ایضاً، ص ۳۱۵

نماز فرض ہوئی تھی۔ یہ ۱۴ شعبان المعظم ۱۲۸۶ھ / ۱۸۶۹ء کی بات ہے (۶)

تصنیف و تالیف کا سلسلہ طالب علمی کے زمانہ سے شروع ہو گیا تھا، امام احمد رضا کے سوانح نگار اور ڈاکٹر مختار الدین آرزو (صدر شعبۂ عربی، مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) کے والد مولانا محمد ظفر الدین بہاری (۱۳۸۲ھ / ۱۹۶۲ء) نے امام احمد رضا کی تصانیف کی ایک مجمل فہرست مرتب کی تھی۔ اس میں مندرجہ ذیل تصانیف کا بھی ذکر ہے جو ۱۲ اور ۲۴ سال کے درمیان لکھی گئیں۔

(۱)	ضوء النہایہ فی اعلام الحمد والہدایہ	۱۲۸۵ھ/۱۸۶۸ء	عربی	کلام
(۲)	السعی المشکور	۱۲۹۰ھ/۱۸۷۳ء	عربی	کلام
(۳)	معتبر المطالب فی شیون ابی طالب	۱۲۹۴ھ/۱۸۷۷ء	اردو	کلام
(۴)	النیرۃ الوضیہ فی شرح الجوہرۃ المضیہ	۱۲۹۵ھ/۱۸۷۸ء	عربی	فقہ
(۵)	اطائب الاکسیر فی علم التکسیر (۷)	۱۲۹۶ھ/۱۸۷۹ء	عربی	تکسیر

امام احمد رضا نے نصف صدی تک مسلسل لکھا ہے چنانچہ محققین نے ان کی تصانیف کا شمار ہزار سے زیادہ بتایا ہے (۸) جن ۵۵ علوم و فنون کا اوپر ذکر کیا گیا ان میں سے اکثر علوم و فنون میں کوئی نہ کوئی تصنیف یادگار ہے۔ مولانا محمد ظفر الدین بہاری نے پچاس علوم و فنون پر مشتمل ۳۵۰ تصانیف کا ذکر کیا ہے — تقریباً ۶۰۰ کتب و رسائل کے نام و دیگر تفصیلات اب تک منظر عام پر آ چکی ہیں۔ (۹)

---

(۶) ایضاً، ص ۳۰۹

امام احمد رضا اس وقت فارغ التحصیل ہو چکے تھے جب مدرسہ دیوبند کو قائم ہوئے صرف دو تین سال گذرے تھے مولانا اشرف علی تھانوی ابھی بچے ہی تھے اور مولانا حسین احمد تو پیدا بھی نہ ہوئے تھے۔ مسعود

(۷) محمد ظفر الدین بہاری۔ المجمل المعدد لتالیفات المجدد (۱۳۲۷ھ / ۱۹۰۹ء)، مطبوعہ پٹنہ، ص ۵

(۸) اعجاز ولی خاں: ضمیمہ المعتقد المنتقد، مطبوعہ لاہور، ص ۲۶۶

(۹) تفصیلات کے لئے مندرجہ ذیل ماخذ سے رجوع کریں۔

(ا) المیزان، بمبئی، ۱۳۹۶ھ / ۱۹۷۶ء، ص ۳۰۶ - ۳۲۴

(ب) انوار رضا، لاہور، ۱۳۹۷ھ / ۱۹۷۷ء، ص ۳۲۸ - ۳۴۸

۲

امام احمد رضا علوم نقلیہ میں بہت ممتاز تھے، حدیث و فقہ تو ان کا خاص میدان تھا لیکن علوم عقلیہ میں بھی وہ اپنے معاصرین سے بہت آگے تھے ___ چنانچہ ۱۸ اکتوبر ۱۹۱۹ء / ۱۳۳۸ھ کے انگریزی اخبار ایکسپریس (بانکی پور پٹنہ) کے شمارے میں ، ۱۷ دسمبر ۱۹۱۹ء سے متعلق امریکی ہئیت داں پروفیسر البرٹ کی ایک ہولناک پیش گوئی شائع ہوئی جس سے پاک و ہند میں ایک ہیجان پیدا ہو گیا، امام احمد رضا سے اس کے بارے میں استفسار کیا گیا تو انہوں نے اس پیش گوئی کے رد میں ماہ صفر ۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء میں ایک مفصل و مدلل مقالہ قلم بند کیا (۱۰) اور چشم عالم نے دیکھا کہ امریکی ہئیت داں کی پیش گوئی باطل ثابت ہوئی اور امام احمد رضا نے جو کچھ کہا تھا، سچ ثابت ہوا۔

امریکی ہئیت داں پروفیسر البرٹ کی یہ پیش گوئی مندرجہ ذیل تین رسالوں کا دیباچہ بن گئی جو فلسفۂ جدیدہ اور قدیمہ کے رد میں لکھے گئے ہیں۔

(۱) الکلمۃ الملھمۃ فی الحکمۃ المحکمۃ لوھاء فلسفۃ المشئمۃ (۱۱) (۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء)

(۲) فوز مبین در حرکت زمین (۱۲) (۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء)

(۳) نزول آیات قرآن بسکون زمین و آسمان (۱۳) (۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء)

---

(۱۰) یہ مقالہ ماہنامہ الرضا (بریلی) کے مندرجہ ذیل شماروں میں شائع ہو گیا تھا۔

(ا) شمارہ صفر المظفر ۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء، ص ۲۳ ـ ۲۸

(ب) شمارہ ربیع الاول ۱۳۳۸ھ / ۱۹۱۹ء، ص ۱۲ ـ ۱۶ مسعود

(۱۱) یہ کتاب ۱۳۹۴ھ / ۱۹۷۴ء میں غالباً پہلی بار دہلی میں چھپ کر میرٹھ سے شائع ہوئی۔ مسعود

(۱۲) اس رسالے کی دو اقساط ماہنامہ الرضا کے مندرجہ ذیل شماروں میں نظر سے گذریں:

(ا) شمارہ ذیقعد ۱۳۳۸ھ / ۱۹۲۰ء

(ب) شمارہ ذی الحجہ ۱۳۳۸ھ / ۱۹۲۰ء مسعود

(۱۳) یہ رسالہ عرصہ ہوا یونائیٹڈ پریس، لکھنؤ میں چھپا تھا۔ مسعود

۱۳۲۹ھ / ۱۹۱۱ء سے قبل ڈاکٹر سر ضیاء الدین (وائس چانسلر، مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) نے علم المربعات سے متعلق ایک سوال اخبار دبدبۂ سکندری (رام پور) میں شائع کرایا کہ کوئی ریاضی داں اس کا جواب دے — امام احمد رضا نے نہ صرف یہ کہ اس سوال کا جواب شائع کرایا بلکہ اپنی طرف سے ایک اور سوال پیش کر دیا جس پر ڈاکٹر ضیاء الدین کو بڑا تعجب ہوا (۱۴) بعد میں امام احمد رضا کے خلیفہ پروفیسر سید سلیمان اشرف بہاری (۱۵) (صدر شعبۂ دینیات، مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) کے ایماء پر ریاضی کے ایک لاینحل مسئلے کے بارے میں استفسار کے لئے ڈاکٹر ضیاء الدین خود امام احمد رضا کی خدمت میں حاضر ہوئے اور امام احمد رضا نے حیرت انگیز طور پر اس کو فوراً حل کر دیا۔ (۱۶)

امام احمد رضا کے بشتر رسائل و کتب میں علوم عقلیہ سے متعلق مباحث ملتے ہیں — مثلاً امام احمد رضا کا رسالہ۔

البیان شافیا لفونوغرافیا

(۱۳۲۶ھ / ۱۹۰۸ء)

صوتیاتی مباحث پر مشتمل ہے — اور رسالہ

الجواہر والیواقیت فی علم التوقیت

میں فن توقیت کے متعلق تقاریر جمع کی گئی ہیں — جامع رسالہ مولانا محمد ظفر الدین نے لکھا ہے کہ امام احمد رضا کو اس فن میں اس قدر مہارت تھی کہ اگر ان کو اس فن کا موجد کہا جائے تو بے جا نہ ہوگا (۱۷)

---

(۱۴) ظفر الدین بہاری، حیات اعلیٰ حضرت، جلد اول، ص ۱۵۶

(۱۵) ڈاکٹر اقبال، پروفیسر سید سلیمان اشرف کی علمیت سے بہت متاثر تھے اور ان سے خصوصی مراسم تھے۔ مسعود

(۱۶) ظفر الدین بہاری، حیات اعلیٰ حضرت، جلد اول، ص ۱۵۰ — ۱۵۲

(۱۷) ایضاً، ۱۵۹

نوٹ:۔ امام احمد رضا کے بعد انکے خلیفہ اور تلمیذ رشید مولانا محمد ظفر الدین بہاری (م ۱۳۸۲ھ / ۱۹۶۲ء) فن توقیت میں کمال رکھتے تھے راقم کے والد ماجد مفتی اعظم محمد مظہر اللہ شاہ (م ۱۳۸۶ھ / ۱۹۶۶ء) کو بھی اس فن میں کمال حاصل تھا۔ انہوں نے دیسی قسم کے کمپیوٹر بھی بنائے تھے جن سے سوالات بہت جلد حل ہو جایا کرتے تھے، طالب علمی کے زمانے میں راقم نے ان کمپیوٹروں کو استعمال کیا ہے فن توقیت میں حضرت والد ماجد کی تصنیف اور کئی مسودات یادگار ہیں۔ حضرت والد ماجد امام احمد رضا بریلوی اور مولانا محمد ظفر الدین بہاری کو فن توقیت کے کاملین میں شمار کرتے تھے۔ مسعود

امام احمد رضا کے مندرجہ ذیل رسائل طبیعیاتی مباحث پر مشتمل ہیں :۔

(١) سمع الندا، فیما یورث العجز عن الماء ۔ (١٨)

(٢) النور والنورق لاسفار ماء مطلق ۔ (١٩)

(٣) الدقۃ والتبیان لعلم الرقۃ والسیلان ۔ (٢٠)

اور ان رسائل میں ریاضیاتی مباحث ہیں :۔

(١) التحبیر الخیر فی الماء المستدیر ۔ (٢١)

(٢) رجب الساحۃ فی میاہ لا یستوی وجھھا

وجو فھا فی المساحۃ (٢٢)

اور یہ رسالہ ارضیاتی مباحث پر مشتمل ہے :۔

المطر السعید علی بنت جنس الصعید (٢٣)

علوم عقلیہ کی تحصیل کے لئے بیرونی ممالک سے بھی امام احمد رضا کے پاس طلبہ آتے تھے چنانچہ مدینہ منورہ (حجاز) سے مولانا سید حسین مدنی علم تکسیر کی تحصیل کے لئے بریلی آئے، موصوف ہی کے لئے عربی میں یہ رسالہ لکھا گیا :۔

اطائب الاکسیر فی علم التکسیر (٢٤)

(١٢٩٦ھ / ١٨٧٩ء)

اسی طرح بخارا (روس) سے مولانا عبدالغفار بخاری علم جفر کی تحصیل کے لئے بریلی آئے، انہیں کے لئے یہ یہ رسالہ قلم بند کیا گیا :۔

سفر السفر عن الجفر بالجفر (٢٥)

---

(١٨) احمد رضا خاں : العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ ، جلد اول : مطبوعہ لاہور ، ص ٦١١ ـــ ٦٥٩

(١٩) ایضاً ، ص ٤٠٧ ـــ ٤٥٣

(٢٠) ایضاً ، ص ٤٨٤ ـــ ٤٩٩

(٢١) ایضاً ، ص ٣٢١ ـــ ٣٣٠

(٢٢) ایضاً ، ص ٣٣٤ ـــ ٣٧١

(٢٣) ایضاً ، ص ٦٦٨ ـــ ٧١٩

(٢٤) ظفرالدین بہاری : حیات اعلیٰ حضرت ، جلد اول ، ص ١٧٢

(٢٥) ایضاً ، ص ١٦٣ ـــ ١٦٩

تصنیف وتالیف کے علاوہ امام احمد رضا نے ابتداء میں چند سال درس وتدریس کے فرائض بھی انجام دیئے (۲۶) اور ۱۳۲۲ھ/ ۱۹۰۴ء میں دارالعلوم منظر اسلام قائم کیا لیکن اس کے مدیر و مہتمم امام احمد رضا کے بڑے صاحب زادے مولانا حامد رضا خاں (۱۳۶۲ھ/ ۱۹۴۳ء) تھے۔ امام احمد رضا کا بیشتر وقت تصنیف وتالیف اور فتویٰ نویسی میں صرف ہوا۔ انہوں نے تقریباً ۱۴ برس کی عمر میں فتویٰ نویسی کا آغاز کیا (۲۸) اور پھر اتنا کمال پیدا کیا کہ پاک وہند اور بلاد اسلامیہ کے علاوہ افریقہ، چین اور امریکہ وغیرہ سے فتوے آتے تھے اور ایک وقت میں چار چار سو اور پانچ پانچ سو جمع ہو جاتے تھے۔ (۲۸)

امام احمد رضا کے مجموعہ فتاوی میں، جو بارہ مجلدات پر مشتمل ہیں عربی، فارسی اور اردو کے علاوہ انگریزی فتاوی بھی ملتے ہیں (۲۹) فقہ میں وہ مجتہدانہ نظر رکھتے تھے چنانچہ بعض مسائل میں انہوں نے مندرجہ ذیل فقہاء و محدثین سے اختلاف کیا ہے:۔

(۱) ابن نجیم مصری، (م۔ ۹۷۰ھ/ ۱۵۶۲ء)
(۲) حسن بن عمار شر نبلالی، (م۔ ۱۰۶۹ھ/ ۱۶۵۸ء)
(۳) شاہ ولی اللہ محدث دہلوی، (م۔ ۱۱۷۶ھ/ ۱۷۶۲ء)
(۴) احمد بن محمد طحطاوی، (م۔ ۱۲۳۱ھ/ ۱۸۱۵ء)
(۵) ابن عابدین شامی، (م۔ ۱۲۵۲ھ/ ۱۸۳۶ء)
(۶) مولانا عبدالحئی فرنگی محلی، (م۔ ۱۳۰۴ھ/ ۱۸۸۶ء)

---

(۲۶) احمد رضا خاں: الکلمتہ الملہمہ، مطبوعہ دہلی ۱۳۹۴ھ/ ۱۹۷۴ء، ص ۶

(۲۷) محمد مصطفٰے رضا خاں: الملفوظ، جلد اوّل، مطبوعہ کراچی، ص ۱۳ — ۱۴

(۲۸) (ا) احمد رضا خاں: العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ، جلد سوم مطبوعہ مبارکپور، ۱۳۸۱ھ/ ۱۹۶۱ء، ص ۲۳۰

(ب) احمد رضا خاں: العطایا النبویہ فی الفتاوی الرضویہ، جلد چہارم مطبوعہ فیصل آباد ۱۳۹۳ھ/ ۱۹۷۳ء، ص ۱۴۹

(۲۹) مولانا محمد احمد مصباحی (صدر المدرسین، فیض العلوم، محمد آباد) نے لکھا ہے کہ فتاوی رضویہ کی ایک قلمی جلد میں وہ یہ دیکھ کر حیران رہ گئے کہ انگریزی استفتاء کا جواب انگریزی میں لکھا گیا ہے۔

(بحوالہ ماہنامہ پاسبان الہ آباد، شمارہ جولائی ۱۹۷۹ء، ص ۱۳)

امام احمد رضا نے رد بدعات ومنکرات اور احیاء دین اسلام کے لئے قابل قدر خدمات انجام دی ہیں، اس لئے بعض علماء عرب وعجم نے ان کو چودھویں صدی کا مجدد قرار دیا ہے (۳۰) امام احمد رضا کے افکار وخیالات بہت واضح ومدلل ہوتے ہیں، پڑھنے والا جن سے متاثر ہوئے بغیر نہیں رہ سکتا ــــــ شعر وادب میں بھی امام احمد رضا کا مقام بہت اونچا جسے اہل علم وادب نے تسلیم کیا (۳۱) سیاسیات میں ان کا پایہ بہت بلند ہے۔ جس نظریہ پر پاکستان وجود میں آیا، یہ امام احمد رضا ہی تھے جنہوں نے جان ودل سے اس نظریہ کی حفاظت کی اور اپنی عزت و آبرو فدا کرکے پاک وہند میں جانثاران اسلام کے قافلہ سالار بن گئے ــــ (۳۲)

(۴)

امام احمد رضا ملک ملت کی بے مثال خدمات انجام دے کر ۲۵ صفر المظفر ۱۳۴۰ھ/۱۹۲۱ء کو اس جہان فانی سے تشریف لے گئے لیکن اپنے پیچھے اپنی اولاد، خلفاء، تلامذہ اور متبعین کا

---

(۳۰) ۱۳۱۸ھ/۱۹۰۰ء میں پٹنہ کانفرنس کے ہفت روزہ اجلاس میں جس میں ایک سو سے زیادہ پاک وہند کے علماء وصوفیہ شریک تھے، ان میں مفتی عزیز الرحمٰن دیوبندی کے استاد مولانا عبد القادر محب الرسول بدایونی بھی تھے مولانا عبد المقتدر مطیع الرسول بدایونی نے امام احمد رضا کو غالباً سب سے پہلے "مجدد المائۃ الحاضرۃ" کے لقب سے یاد کیا ــــ (عبد الوحید: دربار حق وہدایت مطبوعہ پٹنہ ۱۳۱۸ھ/۱۹۰۰ء، ص ۹۰)

علماء عرب میں ان حضرات نے امام احمد رضا کو مجدد تسلیم کیا ہے :۔

(ا) شیخ اسمٰعیل خلیل حافظ کتب الحرام، مکہ معظمہ (حسام الحرمین، مطبوعہ لاہور، ص ۵۱)

(ب) شیخ حسین بن عبد القادر طرابلسی، مدینہ منورہ (الفیوضات الملکیہ، مطبوعہ کراچی ص ۸۲)

(۳۱) امام احمد رضا کی شاعری پر متعدد مقالات کے علاوہ مندرجہ ذیل تصانیف لکھی جاچکی ہیں :۔

(ا) اختر الحامدی : امام نعت گویاں، مطبوعہ لاہور ۱۳۹۶ھ/۱۹۷۶ء،

(ب) محمد طارث جمال، امام شعر وادب، مطبوعہ الٰہ آباد ۱۳۹۵ھ/۱۹۷۵ء

(ج) ڈاکٹر الٰہی بخش : عرفان رضا، (قلمی) مولفہ ۱۳۹۹ھ/۱۹۷۹ء مسعود

(۳۲) راقم نے امام احمد رضا کی سیاسی خدمات پر ایک تحقیقی مقالہ لکھا ہے جو انشاء اللہ تعالیٰ مستقبل قریب میں شائع ہو جائے گا۔ ایک مقالہ فاضل بریلوی اور ترک موالات کے عنوان سے لکھا تھا جس کا پہلا اڈیشن ۱۳۹۱ھ/۱۹۷۱ء میں شائع ہوا، مجموعی طور پر اس کے پانچ اڈیشن شائع ہو چکے ہیں۔ مسعود

ایک ایسا سلسلہ چھوڑ گئے جنہوں نے ان کے مشن کو آگے بڑھایا ــــــ لیکن اس کی بہت کم کوشش کی گئی کہ امام احمد رضا کو علمی حلقوں میں صحیح طور پر متعارف کرایا جائے ــــــ امام احمد رضا کے خلیفہ مولانا محمد ظفر الدین بہاری نے مظہر المناقب کے تاریخی نام سے ۱۳۶۹ھ / ۱۹۳۸ء میں بارہ سال مسلسل جدوجہد کے بعد چار جلدوں میں حیات اعلیٰ حضرت ترتیب دی تھی جس کی صرف پہلی جلد شائع ہو سکی باقی جلدوں کے مسودات ان کے صاحبزادے ڈاکٹر مختار الدین آرزو (صدر شعبۂ عربی مسلم یونیورسٹی، علی گڑھ) کے پاس محفوظ ہیں ــــــ گذشتہ دس برسوں میں کچھ کام ہوا ہے اور کچھ ہو رہا ہے ــــــ بریلی، علی گڑھ، بمبئی، مبارک پور، لاہور، فیصل آباد، ساہیوال، کراچی وغیرہ میں مختلف اداروں نے کام کیا ہے جن میں مرکزی مجلس رضا (لاہور) شرکت حنفیہ (لاہور) اور ادارۂ المیزان (بمبئی) کی خدمات سرفہرست ہیں ــــــ

پاک و ہند اور بیرونی ممالک کی جامعات کے فضلاء بھی متوجہ ہو رہے ہیں چنانچہ کیلیفورنیا یونیورسٹی (امریکہ)، لیڈن یونیورسٹی (ہالینڈ)، لندن یونیورسٹی (انگلینڈ)، پٹنہ یونیورسٹی (بھارت) علی گڑھ یونیورسٹی (بھارت) پنجاب یونیورسٹی (لاہور) سندھ یونیورسٹی (حیدرآباد) وغیرہ کے بعض فضلاء امام احمد رضا کے مطالعہ کی طرف متوجہ ہوئے ہیں اور بعض نے کام بھی کیا ہے حال ہی میں ڈاکٹر حسن رضا خاں نے پٹنہ یونیورسٹی سے امام احمد رضا کی فقاہت پر ڈاکٹریٹ کیا ہے اسی طرح کیلیفورنیا یونیورسٹی کی فاضلہ ڈاکٹر باربرا مٹکاف نے اپنی کتاب میں امام احمد رضا اور ان کے مسلک کا تفصیلی ذکر کیا ہے ــــــ

فی الحقیقت امام احمد رضا کی شخصیت پر کام کرنے کے لئے ایک فعّال ادارے کی ضرورت ہے۔ فرد واحد کے بس کی بات نہیں کہ وہ امام احمد رضا کے ہمہ گیر افکار و کردار پر تحقیق کا حق ادا کر سکے ــــــ امید ہے کہ پاک و ہند کے علمی ادارے اس طرف متوجہ ہوں گے اور گذشتہ نصف صدی تک جو غفلت برتی گئی اس کی تلافی کریں گے، امام احمد رضا کے مومنانہ افکار اور محققانہ نگارشات میں عالم اسلام کے لئے بہت کچھ ہے، مولیٰ تعالیٰ ہمارے محققین کو ذوقِ جستجو عطا فرمائے۔ آمین۔ بجاہ سید المرسلین رحمۃ للعالمین صلی اللہ علیہ و آلہ و اصحابہ وسلم۔

احقر محمد مسعود احمد
پرنسپل گورنمنٹ سائنس کالج
(سکرنڈ ضلع نواب شاہ، سندھ، پاکستان)

۱۸ر محرم الحرام ۱۴۰۰ھ

۹ر دسمبر ۱۹۷۹ء

تاثرات

- ★ ڈاکٹر محی الدین الوائی
- ★ ڈاکٹر سر ضیاء الدین
- ★ ڈاکٹر بابرا مٹکاف
- ★ ڈاکٹر غلام مصطفے خاں
- ★ ڈاکٹر عبد الوحید
- ★ ڈاکٹر الٰہی بخش

تاثرات

(۱)

وقد صنف ایضاً فی العلوم العقلیہ کالمنطق وعلم الھیئۃ والحساب والحکمۃ الطبیعہ وغیرھما

(ترجمہ) اور بلاشبہ انہوں نے علوم عقلیہ مثلاً منطق، ہیأۃ، حساب فلسفہ وغیرہ علوم پر کتابیں لکھیں۔

{ ڈاکٹر محی الدین الوائی، ازہر یونیورسٹی، قاہرہ
صوت الشرق، قاہرہ، شمارہ، فروری ۱۹۷۰ء، ص ۱۶ — ۱۷ }

(۲)

وجدیر بالذکر ان مولا احمد رضاخاں قد امتاز عن کثیر اقرانہ ومعاصریہ العلماء فی الجمع بین العلوم النظریہ والعملیہ ومما یدل علی مہارتہ فی الرضیات والحساب والجبر وغیرھا ان العالم الریاضی الشھیر الدکتور ضیاء الدین وکیل جامعۃ علیکرہ الاسبق وامثالہ کانوا یذھبون الیہ لحل بعض المشکلات العویصہ فی المسائل الحسابیۃ الھندسہ۔

(ترجمہ) اور یہ قابل ذکر ہے کہ مولانا احمد رضا خاں علوم نظریہ وعملیہ کے جامع ہونے میں اپنے معاصرین اور ہم چشموں میں امتیازی شان رکھتے تھے۔ ریاضی، حساب، الجبرا، جیسے علوم میں ان کی مہارت کا یہ جیتا جاگتا ثبوت ہے کہ ڈاکٹر ضیاء الدین (وائس چانسلر، مسلم یونیورسٹی علی گڑھ) جیسے شہرت یافتہ ریاضی داں، جیومٹری اور حساب کے دشوار ترین الجھنوں کو سلجھانے کے لئے ان کی خدمات حاصل کرتے تھے۔

{ ڈاکٹر محی الدین الوائی، ازہر یونیورسٹی، قاہرہ
صوت الشرق، قاہرہ، شمارہ فروری ۱۹۷۰ء، ص ۱۶ — ۱۷۔ }

(۳)

بہت خلیق اور منکسر المزاج اور ریاضی بہت اچھی جانتے تھے باوجودیکہ کسی سے پڑھا نہیں، ان کو علم لدنی تھا، میرے سوال کا جو بہت مشکل اور لاحل تھا۔ ایسا فی البدیہہ جواب دیا گویا اس مسئلے پر عرصہ سے ریسرچ کیا ہے، اب ہندوستان میں کوئی جاننے والا نہیں۔

{ڈاکٹر ضیاء الدین، پی۔ ایچ۔ ڈی (جرمنی)، ڈی، ایس، سی (کلکتہ)
ظفر الدین بہاری: حیات اعلیٰ حضرت، جلد اوّل، مطبوعہ کراچی، ص ۱۵۵}

(۴)

He was distinguished from the beginning for his unusal intellectual skills, ---- and intuitive skill in mathematics ------. He is said to have solved, for example, problem in mathematics for Ziay-ud-Din Ahmed ---------------- who otherwise would have travelled to Germany in search of solutions.

(ترجمہ)

"وہ ابتداء ہی سے اپنی غیر معمولی ذہانت اور علم ریاضی میں خداداد ملکہ کی وجہ سے ممتاز تھے مثلاً کہا جاتا ہے کہ انہوں نے (ڈاکٹر) ضیاء الدین احمد کے لئے ریاضی کے ایسے مسئلے کو حل کر کے رکھ دیا جس کے لئے وہ جرمنی جانے والے تھے۔"

{Dr. Barbara D. Metcalf: The Reformist ulama: Muslim Religion Leadership in India 1860–1900, Berkeley, 1974, PP. 35–36.}

(۵)

اعلیٰ حضرت مولانا احمد رضا خاں علیہ الرحمہ اپنے دور کے بے مثل علماء میں شمار ہوتے ہیں ان کے فضل وکمال، ذہانت وفطانت، طبّاعی وورّاکی کے سامنے بڑے بڑے علماء، فضلاء یونیورسٹیوں کے اساتذہ، محققین اور مستشرقین نظروں میں نہیں جچتے، مختصر یہ ہے کہ وہ کون سا علم ہے جو انہیں نہیں آتا تھا، وہ کون سا فن ہے جس سے وہ واقف نہیں تھے؟

ڈاکٹر غلام مصطفےٰ خاں، پی۔ ایچ۔ ڈی، ڈی، لٹ (ناگپور)
افق، کراچی، شمارہ ۲۲ر جنوری تا ۲۸ر جنوری ۱۹۷۹ء، ص ۱۰

(۶)

درس و تدریس کے علاوہ مختلف علوم وفنون پر کئی کتابیں اور رسائل تصنیف و تالیف کئے جن میں بارہ جلد فتاویٰ رضویہ کا مجموعہ ہے، قرآن مجید کا ترجمہ بھی کیا، علوم ریاضی او جفر میں بھی مہارت رکھتے تھے۔

ڈاکٹر عبدالوحید، ایم۔ اے، پی۔ ایچ۔ ڈی (لندن)
اردو انسائیکلو پیڈیا، مطبوعہ لاہور، ص ۸۶۔

(۷)

اعلیٰ حضرت کی شخصیت کا ہر پہلو اس قدر وجیہہ و وقیع ہے ہر جہت میں اس درج جامعیت و مانعیت ہے کہ اہل فکر ونظر کے لئے یہ فیصلہ کرنا دشوار ہو جاتا ہے کہ ان جہات می سے وہ کون سی جہت ہے جو سب سے زیادہ دل کش ہے ؟...... حقیقت یہ ہے کہ و ایسا کل ہے جس کا ہر جزو اس درجہ وسیع و بسیط ہے کہ دیکھنے والے کی نظر و فکر اس ایک ہی جزو کی وسعتوں اور پہنائیوں میں گم ہو کر رہ جاتی ہے۔

ڈاکٹر الٰہی بخش اختر اعوان، ایم۔ اے، پی۔ ایچ۔ ڈی (لندن)
عرفان رضا، (قلمی)، ۱۳۹۹ھ/۱۹۷۹ء، ص ۷

رسالہ درعلمِ لوگارثم

۱۳۲۵ھ / ۱۹۰۷ء

محشّی

امام احمد رضا خاں بریلوی

بسم اللہ الرحمن الرحیم

نحمدہ ونستعینہ ونصلی علی رسولہ الکریم

(۱) جدول لوگارثم اجتماع اعداد معاون کو کہتے ہیں اور وہ اسطرح بنائی جاتی ہے کہ اوس سے ضرب عاملہ اعداد کی حاصل ہوتی ہے اونکے لوگارثم جمع کرنے سے تقسیم تفریق سے تو توں کا صعود ضرب سے اور جذر تقسیم سے

یہ معاون اعداد یا لوگارثم قوت کہلاتے ہیں اوس عدد کے جسکو صاعد کرنا ہے (اوس عدد کو بیس کہتے ہیں) بغرض اسکے کہ وہ عدد حاصل ہوجائے جسکا کہ یہ لوگارثم ہے - بیان بالا من جبر مقابلہ کے اصطلاحات مذکور ہوئیں جبکہ ا اور ب دو عدد مجہول بناتے ہیں -

ا　لو (ا × ب) = لو ا + لو ب

ب　لو (ا ÷ ب) = لو ا − لو ب

ج　لو اⁿ = ن لو ا

د　لو ن√ا = لو ا^(۱/ن) = ۱/ن لو ا

(۲) ذیل میں عام لوگارثموں کی جدولوں میں بیس ۱۰ ہے اور وہ قوت جس تک ۱۰ کو صاعد کرنا ہے بغرض حاصل کرنے کسی عدد کی اوس عدد کا لوگارثم ہے اسطرح

$۱۰^{۱} = ۱۰$　∴　۱ = لو ۱۰

$۱۰^{۲} = ۱۰۰$　∴　۲ = لو ۱۰۰

$۱۰^{۳} = ۱۰۰۰$　∴　۳ = لو ۱۰۰۰

$۱۰^{۴} = ۱۰۰۰۰$　∴　۴ = لو ۱۰۰۰۰

$۱۰^{۵} = ۱۰۰۰۰۰$　∴　۵ = لو ۱۰۰۰۰۰

اگر پھر اسے شروع کیا جائے تو ہم اونہیں طریق کے ساتھ ۱۰ پر تقسیم کرینگے اور ہمکو ذیل کے نتیجہ حاصل ہونگے

$۱۰^{۱} = ۱۰$ ∴ $۱ =$ لو ۱۰

$۱۰^{۰} = ۱$ ∴ $۰ =$ لو ۱

$۱۰^{-۱} = \frac{۱}{۱۰} = ۰٫۱$ ∴ $-۱ =$ لو ۰٫۱

$۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۱۰۰} = ۰٫۰۱$ ∴ $-۲ =$ لو ۰٫۰۱

$۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۰٫۰۰۱$ ∴ $-۳ =$ لو ۰٫۰۰۱

$۱۰^{-۴} = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} = ۰٫۰۰۰۱$ ∴ $-۴ =$ لو ۰٫۰۰۰۱

وغیرہ　　　　وغیرہ

جبکہ ہمکو جدول سے یہہ بات معلوم ہوگئی کہ لو ۳۵ = ۱٫۵۴۴۰۶۸۰ اسکے معنے یہہ ہیں

$$۱۰^{۱٫۵۴۴۰۶۸۰} = ۱۰^{\frac{۱۵۴۴۰۶۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}} = ۳۵$$

یایہ کہ اگر ۱۰ کو اوس کسر والی قوت تک صاعد کیا جائے جسکا شمار کنندہ ظاہر کرے اور اسطرح جو عدد حاصل ہو تو نسب نما کا جذر لیا جائے تو نتیجہ ۳۵ ہوگا دیگر لوگارتم اسطرح معلوم کیے جاتے ہیں

(۳) بیان بالا سے یہہ ظاہر ہوا کہ عام لوگارتم ۱ کا = ۰ اور لوگارتم ۱۰ کا = ۱ پس لوگارتم اون اعداد کا جو کہ ۱ سے بڑے ہوں اور ۱۰ سے چھوٹے . سے بڑا اور ۱ سے چھوٹا ہوگا دوسرے لفظوں میں وہ ایک کسر واجب یا اعشاریہ بغیر عدد صحیح کے ہوگا اور لوگارتم اون سب اعداد کا جو کہ ۱۰ سے بڑے ہوں اور ۱۰۰ سے کم ۱ سے بڑا اور ۲ سے چھوٹا ہوگا یا یہ ہوگا ۱ + اعشاریہ اور لوگارتم اوس عدد کا جسمیں تین عدد صحیح ہوں یہہ ہوگا ۲ + اعشاریہ وعلی ہذا القیاس حصہ صحیح لوگارتم کا ہمیشہ ایک کم ہوگا حصہ صحیح اوس عدد سے جسکا لوگارتم ہے

حل - لوگارتم کے حصہ صحیح کو کیرکٹرسٹک کہتے ہیں اور حصہ کسر کو مین ٹسا ۔

(۴) یہہ بھی ظاہر ہے کہ لوگارتم تمام کسور واجب کے منفی ہوتے ہیں اسطرح لوگارتم $\frac{۳}{۴}$ یا لو ۰٫۷۵ کا یہہ ہے (اب) لو ۳ - لو ۴ یا ۰٫۴۷۷۱۲۱۳ - ۰٫۶۰۲۰۶۰۰ = -۰٫۱۲۴۹۳۸۷ لیکن اسکو اگر ۱ میں سے تفریق کریں تو لو ا کا ہے تو یہہ ہوگا $\bar{۱}٫۸۷۵۰۶۱۳$ جسمیں کیبر صرف منفی ہے اور مینٹسا مثبت اور اوسمیں وہی اعداد ہیں جو کہ لو ۷۵ کے مینٹسا ہیں یعنی ۱٫۸۷۵۰۶۱۳ - اس سے یہہ معلوم ہوتا ہے

کہ کسی عدد کے لوگارثم کا مینٹسا ایک ہی ہوتا ہے جہانتک کہ عدد کی وہی ترتیب باقی رہے اور کیریکٹر صرف تبدیل ہو جائے جبکہ ہمزہ کا مقام تبدیل ہو اسطرح

لو ۴۳۷۵۸ = ۴٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ۴۳۷۵٫۸ = ۳٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ۴۳۷٫۵۸ = ۲٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ۴۳٫۷۵۸ = ۱٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ۴٫۳۷۵۸ = ۰٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ٫۴۳۷۵۸ = ۱̅٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ٫۰۴۳۷۵۸ = ۲̅٫۶۴۱۰۵۷۵

لو ٫۰۰۴۳۷۵۸ = ۳̅٫۶۴۱۰۵۷۵

وغیرہ وغیرہ

یہ خاصیت کیریکٹر اور مینٹسا کی اون لوگارثموں میں درست ہو گی جنکا بیس اور اعداد کی پیمانہ کا جذر ایک ہی ہو — وہ نیپیرین لوگارثم مین درست نہ ہو گی پس جدول نیپیرین لوگارثموں کی کہ مفید عام ہو غیر محدود و مطلوب ہو گی اس باعث جدول عام لوگارثموں کی ضمن میں کلیہ اعداد آ جائیں اور کسی دوسرے بیس کیلئے اسانی سے استعمال ہو سکنا ناممکن ہے،

(۵) کیریکٹریسٹک — جو کچھ اوپر بیان کیا گیا اور نیز اس موقع تعین کہ صرف لوگارثم کا مینٹسا جدول میں لکھا گیا ہے کہ بہر حال میں محاسب کو پیدا کرنا چاہئے یہ ذیل کے اسان قاعدون سے معلوم ہو سکتا ہے

(أ) اگر بڑا ویسے عدد ہو تو جسکا کہ لوگارثم تلاش کیا جائے ایک یا زائد عدد صحیح ہوں تو کیریکٹر اون اعداد صحیح سے ایک عدد کم اور مثبت ہو گا۔ [illegible]

[illegible]

(ب) اگر وہ عدد صرف اعشاریہ ہو تو اوسکا کیرکٹر وہ ہی جو کہ مقام عشرہ سی اوسکا پہلا اشارہ کنندہ عدد دور ہو اور وہ منفی ہوتا ہی اس صورت مین علامت نفی کیرکٹر کے اوپر لکھی جاتی ہی تا ظاہر کرین کہ وہی صرف منفی ہی کیونکہ مینٹسا ہمیشہ مثبت ہوتا ہی

(۶) جدول سے کسی عدد کی لوگارتم نکالنے کا طریقہ ۴

(۱) اگر اوس عدد مین تین ہندسون سے زائد نہون تو مینٹسا اوسکی مقابل پہلی پانچ صفحون سے کسی مین ملیگا اور کیرکٹر معلوم کرنا چاہئے (۵ ا) یا (۵ ب) سے جبکہ اوسمین عدد صحیح ہو یا وہ کمال اعشاریہ ہو اسطرح

لو ۸۵۲ = ۲٫۹۳۰۴۳۹۶

اور لو ٫۴۵ = ۱̄٫۶۵۳۲۱۲۵

(ب) اگر اوس عدد مین چار مرتبے ہون تو مینٹسا ۶ صفحہ سے ۱۸۵ صفحہ تک ملیگا صفحونکے نیچے صفحہ کے شروع مین اور مقابل تین عدد اوس کالم مین جسمین نمبر لکھا ہی صفحہ کے بائین جانب اور کیرکٹر معلوم کرنا چاہئی جیسے کہ صورت آخیرہ مین بیان کیا اسطرح وہ معلوم ہوگا

لو ۳۷۴٫۵ = ۲٫۵۷۳۴۵۱۸

اور لو ٫۰۳۷۴۵ = ۲̄٫۵۷۳۴۵۱۸

(س) اگر اوس عدد مین پانچ مرتبے ہون تو مینٹسا ۶ صفحہ سی ۱۸۵ صفحہ تک ملیگا مقابل پہلے چار ہندسونکے صفحہ کے بائین جانب اور نیچے پانچوین کے شروع صفحہ مین اسطرح

لو ۸۷۶۴۷ = ۴٫۹۴۲۷۳۷۱

اور لو ٫۷۸۵۳۹ = ۱̄٫۸۹۵۰۸۵۴

(د) اگر اوس عدد مین جسکا کہ لوگارتم تلاش کیا جائے چھ یا سات ہندسے ہون تو مینٹسا معلوم کرو

بموجب اوس ہدایت کی جو (س) مین بیان کیگئی ہی تفاضل درمیان اس لوگارثم اور اسکی بعد کے اقرب لوگارثم کے معلوم کرو جو کہ تبدیلی ہے اوس لوگارثم مین جسمین ایک کی زیادتی ہی یا کسی اکائی نے اوس عدد کے پانچوین ہندسہ مین اب چھٹا ہندسہ اس اکائی کا ۱/۱۰ ہوگا اور چھٹا اور ساتوان ہندسہ اس اکائی کا ۱/۱۰۰ ہوگا دوسرے لفظون مین وہ ہندسے اسی نسبت سے اعشاریہ ہونگے پس اگر تفاضل کو جو کہ اوپر معلوم کیا گیا تہا اون اوپر کے پانچ ہندسون مین ضرب دیا جاے اور اسکو اعشاریہ تصور کیا جاے اور حاصل ضرب کو اوس لوگارثم مین جمع کیا جاے جو بطریقہ بالا معلوم کیا گیا تہا تو حاصل جمع صحیح لوگارثم مطلوب ہوگا اسطرح لوگارثم معلوم کرو ۳۸۷۵۴٫۸ کا

لو ۳۸۷۵۴ = ۴٫۵۸۸۳۱۶۵

لو ۳۸۷۵۵ = ۴٫۵۸۸۳۲۷۷

انکا تفاضل یہ ہی ۱۱۲

اور ۱۱۲ × ٫۸ = ۸۹٫۶ یا ۹۰ = صحت

∴ لو ۳۸۷۵۴٫۸ = ۴٫۵۸۸۳۲۵۵

لوگارثم معلوم کرو ۲۷۶٫۵۴۷۳ کا

یہان لو ۲۷۶٫۵۵ = ۲٫۴۴۱۷۷۳۷

لو ۲۷۶٫۵۴ = ۲٫۴۴۱۷۵۸۰

انکا تفاضل یہ ہی ۱۵۷

اور ۱۵۷ × ٫۷۳ = ۱۱۴٫۶۱ یا ۱۱۵ = صحت

∴ لو ۲۷۶٫۵۴۷۳ = ۲٫۴۴۱۷۶۹۵

(۷) حصص متناسب کا بیان

یہ صحت بذریعہ حصص متناسب کے کالموں کے بہت جلد دریافت ہو سکتی ہے جو کہ ہر صفحہ کے داہنے ہاتھ کے جانب ملینگے اس طرح کہ ۱۲ اکے تفاضل کے نیچے اور مقابل میں ۸ کے ۹۰ پایا جاتا ہے جو کہ لوگارثم کے اخیر عدد ۳۷۴۵۲ میں جمع کرنے پر یہ عدد پیدا کرتا ہے ۳۸۷۵۴۸ بطور سابق بیان کے اور نیز تفاضل ۱۵۷ اکے نیچے اور ۷ کے مقابل ۱۱۰ پایا جاتا ہے اور ۳ کے مقابل ۴۷ لیکن چونکہ ۳ ساتویں مرتبہ میں ہے تو ۴۷ کو ۴،۷ خیال کرنا چاہیے جو کہ ۵ سے بہ نسبت ۴ کے اقرب ہے تو اسواسطے اسکو ۵ خیال کرنا چاہیے اور اسکو ۱۱۰ کے ساتھ جمع کرنے سے ۱۱۵ پیدا ہوتا ہے اور یہ صحت ہے جو کہ لوگارثم ۴،۵۶۷۲ میں بغرض حاصل کرنے لوگارثم ۴،۵۶۷۲۳ کے جمع کی جائیگی اور اسکا نتیجہ وہی ہوگا جو اوپر بیان ہوا۔

(۱۳) تفاضل جدولوں کی شروع ہوتے ہی متبدل ہو جاتے ہیں لیکن بوجہ کمی گنجائش کے صرف اوسط تفاضل لکھا گیا ہے صفحہ ۱ سے ۱۳ تک اور صفحہ ۱۴ سے ۴۳ تک صرف دوسرا اور صفحہ ۴۴ سے اخیر تک ہر تفاضل لکھا گیا ہے — اور جبکہ صحیح تفاضل نہ لکھا گیا ہو تو اوس تفاضل کو استعمال کرو جو کہ اوس سے بقدر ایک فرق رکھتا ہو اسکا نتیجہ کافی طور پر معمولی اغراض کے لیے صحیح ہوگا لیکن جبکہ بہت بڑی صحت مطلوب ہو تو بموجب قاعدہ (د) کے جو اوپر بیان ہوا درست کرو

(ف) لوگارثم ۱۰۰۰۰ سے ۱۰۸۰۰۰ تک کے عددوں کی صفحہ ۱۸۶ سے ۱۰۴ تک لکھے گئی ہیں اعشاریہ کے آٹھ درجوں تک وہ صحیح طور پر بموجب بیان بالا کی لئے جاتیں۔ پانچ ہندسہ عددوں کے صفحہ کے شروع میں پائی جائینگے اور چھٹا اوسکے اوپر ساتویں اور آٹھویں کی صحت بموجب (۶ اور ۷) کے معلوم ہو سکتی ہے۔

مشق

۱ لوگارثم ۷۲۹ کا = ۲،۸۶۲۷۲۷۵

۲ لوگارثم ۳۸۵،۴ کا = ۰،۶۴۱۹۶۹۶

۳ لوگارتھم ۵۳۸۷۴ کا = ۴٫۷۳۱۳۷۹۲

۴ لوگارتھم ۵۳٫۸۷۴۵ کا = ۱٫۷۳۱۳۸۳۳

۵ لوگارتھم ٫۰۰۳۷۶۸ کا = $\bar{۳}$٫۵۷۶۱۱۰۹

۶ لوگارتھم ۷۸۵۳۹۶۸ = ۶٫۸۹۵۰۸۹۱

۷ لوگارتھم ٫۷۸۵۳۹۸۱۶ = $\bar{۱}$٫۸۹۵۰۸۹۹

۸ لوگارتھم ۱۰۴۷٫۳۵۶۴ = ۳٫۰۲۰۰۹۴۴۹ (۷ ب)

(۸) کسی لوگارتھم معلوم سے اوسکی مطابق عدد معلوم کرنیکا طریق

جبکہ جدول مین لوگارتھم نہ ملی تو اوسکے قریب تر کا تحتانی لوگارتھم معلوم کرو اور پانچ ہندسے اوسکے متعلق عدد کے۔ پھر تفاضل درمیان اُس لوگارتھم اور دیے ہوئے لوگارتھم کے معلوم کرو اور پھر مطابق جدول کی تفاضل کے حصہ متناسب معلوم کرو جو کہ اس تفاضل کے برابر ہو اور اسکے مقابل چھٹا ہندسہ عدد کا پایا جاتا ہے لیکن اگر تفاضل حصص متناسب کے درمیان ٹھیک نہ پایا جاوے تو تحتانی متصل کا حصہ معلوم کرو تو ہندسہ اوسکی مقابل کا چھٹا ہندسہ عدد کا ہوگا تفریق کرو اس حصہ کو دیے ہوئے تفاضل سے اور حاصل تفریق پر ایک صفر زیادہ کرو اور اسکو ایک نیا تناسب حصہ خیال کرو اور مطابق ہندسہ بدستور سابق معلوم کرو یہ عدد مطلوب کا ساتوان ہندسہ ہوگا

مثال

وہ عدد معلوم کرو جسکا لوگارتھم ۳٫۹۲۱۲۰۷۴ ہے

دیا ہوا لوگارتھم ~~[illegible]~~ = ۳٫۹۲۱۲۰۷۴

عدد = ۸۳۴۰٫۷ متصل تحتانی لوگارتھم = ۳٫۹۲۱۲۰۲۵

۴۹

عدد = ٫۰۹ متصل تحتانی حصہ تناسب ۴۹ / ۵۴

۳۰

عدد = ۴۰۰ر۰... اور حصہ مناسب ۰۱۴

پس ۴۹۴۷ر۴۰۳۸ عدد مطلوب ہے

تخمینہ منفی کیریکٹرسٹک کا

منفی لوگارثم کا کیریکٹرسٹک معلوم کرنا معمولی بات ہے اسیطرح تخمینہ بھی معلوم ہو سکتا ہے وہ تخمینے جنمیں کسر منفی ہو بموجب جبر و مقابلہ کے جمع و تفریق کے قاعدونکی معلوم ہو سکتے ہیں

(۹) (ا) اگر دو منفی کسر جمع کرنا ہوں تو اونکا حاصل جمع معلوم کرو اور اوسکو منفی کرو اسطرح ۲̅ جمع کئے ۳̅ میں = ۵̅ (ب) اگر ایک مثبت اور ایک منفی کسر جمع کرنا ہو تو اونکا فرق دریافت کرو اور اوسکو منفی سمجھو اگر منفی کسر بڑا ہو اور مثبت خیال کرو اگر مثبت کسر بڑا اسیطرح ۶ و ۲̅ = ۴ اور ۵ و ۲̅ = ۳ اور ۵̅ و ۲ = ۳̅ اور ۲ و ۱̅ = ۱ و علی ہذا القیاس ذیل کی مثالیں آسانی سے حل ہوجاینگی اگر ان دو قاعدونکو ذہن میں رکھا جائے

مثالیں

۱ جمع کرو ۵ر۳۴۲۶۸۵۴۱ اور ۳̅ر۲۶۸۵۴۲۷ کو

۵ر۳۴۲۶۸۵۴۱
۳̅ر۲۶۸۵۴۲۷
―――――――
۲ر۶۱۵۳۹۶۸

۲ جمع کرو ۶ر۳۸۷۴۶۵۴ اور ۲̅ر۹۲۴۵۶۳۶ کو

۶ر۳۸۷۴۶۵۴
۲̅ر۹۲۴۵۶۳۶
―――――――
۵ر۳۱۲۰۲۹۰

اس مثال میں حاصل جمع اعشاریہ پہلے مرتبہ کا ۱۳ ہے اور حاصل ۱ ہ۶ میں جمع کرنے سے معلوم ہوتا ہے پھر ۷ و ۲̅ کا نتیجہ ۵ ہے ۳ جمع کرو ۲̅ر۵۶۳۲۸۷۴ اور ۳̅ر۲۲۴۶۵۲۸۱ کو

۲̅ر۵۶۳۲۸۷۴
۳̅ر۲۲۴۶۵۲۸۱
―――――――
۵̅ر۸۰۹۸۱۵۵

۱۰) اگر ایک منفی کو تفریق کرنا ہو تو اسکی علامت تبدیل کر کے مثبت کر دو اور پھر بموجب قاعدہ جمع کے جمع کرو اسطرح کہ ۳ کو ۲- میں سے تفریق کریں تو نتیجہ وہ حاصل ہوگا جو ۳ و ۲ کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے یعنی ۵ اسیطرح ۵ کو ۲ سے تفریق کرنیسے نتیجہ ۵ - ۲ یعنی ۳ حاصل ہوتا ہے نیز ۳ کو ۵ سے منہا کرنے سے ۳ - ۵ یعنی ۲ حاصل ہوتا ہے

مثالین

۱ تفریق کرو ۸۵۶۷۴۸۶ر۲ کو ر۳۴۵۸۶۴۲ر۳ سے

۸۵۶۷۴۸۶ر۲
۳۴۵۸۶۴۲ر۳
۵۱۱۹۲۴ر۵

۲ تفریق کرو ۷۳۵۸۶۴۳ر۲ کو ۶۲۶۴۵۶۷ر۵ سے

۷۳۵۸۶۴۳ر۲
۶۲۶۴۵۶۷ر۵
۱۱۹۳۱۸۵ر۲

یہان ۵ کو ۲ سے تفریق کیا ہے تو ۵ - ۲ یعنی ۳ حاصل تفریق ہے لیکن پہلی مرتبہ اعشاریہ کو تفریق کرنے میں ایک ۳ میں شامل ہوگا یعنی ایک تفریق ہوگا اور بڑے عدد ۲ میں سے جو کہ اوسکو ۳ بناد یتا ہے یہ ۳ اور ۵ کا نتیجہ ہے

۳ تفریق کرو ۲۵۲۳۴۸۶ر۵ کو ۰۱۳۶۵۸۷ر۳ سے

۲۵۲۳۴۸۶ر۵
۰۱۳۶۵۸۷ر۳
۱۴۹۶۸۹ر۳

یہان ۳ کو ۵ سے تفریق کیا تو ۳ - ۵ یعنی ۲ حاصل ہوا اور ایک اپنے ساتھ لے جائنگا جو کہ درحقیقت تفریق ہوگا اور نتیجہ ۲ و ۱ یعنی ۳ ہوگا یا ۱ مع ۵ کے ۶ ہوتا ہے اور ۳ کو ۶ سے منہا کرنے سے ۳ و ۶ یعنی ۳ حاصل ہوتا ہے

(۱۱) اگر لوگارتھم کو کسی منفی کیر سے ضرب کرنا ہو تو حصہ کسر بقاعدہ معمول ضرب دو پھر منفی کیر کو ضرب دو اسکا حاصل منفی ہوگا اور عدد محصول کو اسمین جمع کرو بموجب قاعدہ کے جو اوپر مذکور ہوا اسطرح ۲̄ × ۵ = ۱۰̄ اور اگر ۲ محصول کو جمع کرنا ہو تو نتیجہ ۸̄ ہوگا

مثالین (۱) ضرب دو ۳̄،۳۶۸۵۴۶۴ کو ۲ سے

۳̄،۳۶۸۵۴۶۴
۲
۶̄،۷۳۷۰۹۲۸

(۲) ضرب دو ۳̄،۷۸۵۶۴۷۳ کو ۶ سے

۳̄،۷۸۵۶۴۷۳ × ۶ = ۱۴̄،۷۱۳۸۸۳۸

بیان ۳̄ × ۶ = ۱۸̄ اور ۱۸̄ مع محصول ۴ کے = ۱۴̄

(۱۲) لوگارتھم کو جبکہ کیر منفی ہو تقسیم کرنے کا قاعدہ اگر کیر مقسوم علیہ پر صحیح تقسیم ہو سکے تو خارج قسمت کو مع علامت منفی کے لکھو اور حصہ کسر کو بقاعدہ معمول تقسیم کرو لیکن اگر منفی کیر مقسوم علیہ پر تقسیم نہو سکے تو ایسا منفی عدد اوسمین جوڑو کہ وہ قابل تقسیم ہو جائے اور اسکے برابر عدد صحیح لوگارتھم کے حصہ کسر مین لگاؤ پھر اس بڑے ہوئے منفی قوت نما کو تقسیم کرو اور لوگارتھم کے دوسرے حصہ کو جدا تقسیم کرو تو خارج قسمت سابق جو کہ منفی لکھا گیا تھا خارج قسمت کے حصہ کسر کا کیر ہوگا اسطرح ۶̄ ÷ ۳ = ۲̄ لیکن ۱۰̄ کو ۳ پر تقسیم کر نہین سکتے اوسمین ۲̄ جمع کرو تو ۱۰̄ + ۲̄ = ۱۲̄ اور ۲ کے پس ۱۲̄ ÷ ۳ = ۴̄ اور ۲ ÷ ۳ = ۲/۳ اسواسطے خارج قسمت ۴̄ اور ۲/۳ ہے

۲ مثلہ

۱ تقسیم کرو ۶̄،۳۲۴۶۸۴۶۲ کو ۳ پر   ۶̄،۳۲۴۶۸۴۶۲ ÷ ۳ = ۲̄،۱۰۸۲۲۸۲

۲ تقسیم کرو ۱۴̄،۳۲۲۶۸۴۷۲ کو ۹ پر   ۱۴̄،۳۲۲۶۸۴۷۲ = ۱۸̄ + ۴،۳۲۲۶۸۴۷۲ = ۲̄،۴۸۰۷۶۰۸ یہی خارج قسمت ہے

بیان چار چودہ مین جمع کرنا چاہئے تاکہ مجموعہ ۱۸̄ نو پر صحیح منقسم ہو جائے اور چونکہ ہم

صحیح

جمع کیا گیا ہے اسواسطے ۲ حصہ کسر میں شامل کرنا چاہئے اس صورت میں لوگارثم کی قیمت میں تبدیلی نہ ہوگی کیونکہ اوسمیں $\bar{۲}$ اور ۲ جمع کیا گیا ہے جو کہ صفر ہے

(۱۳) لوگارثم سے ضرب کرنیکا طریقہ ۔ اجزای ضربی کے لوگارثم جمع کرو مجموعہ حاصل ضرب کا لوگارثم ہوگا

امثلہ

۱ ضرب کرو ۲٫۵۸۱۹۲۶ کو ۳۴۵٫۷۲۹۱ سے

لو ۲٫۵۸۱۹۲۶ = ۰٫۴۱۱۹۴۳۸
لو ۳۴۵٫۷۲۹۱ = ۲٫۵۳۸۷۳۵۹
مجموعہ ۲٫۹۵۰۶۷۹۷

حاصل ضرب = ۸۹۲٫۶۴۷ اوسکا لوگارثم = ۲٫۹۵۰۶۷۹۷

۲ ضرب کرو ٫۰۳۹۰۲ و ۵۹٫۷۱۶ و ٫۰۰۳۱۴۷۲۸ کو

لو ٫۰۳۹۰۲ = $\bar{۲}$٫۵۹۱۲۸۷۳
لو ۵۹٫۷۱۶ = ۱٫۷۷۶۰۹۰۷
لو ٫۰۰۳۱۴۷۲۸ = $\bar{۳}$٫۴۹۷۹۳۵۳
مجموعہ $\bar{۳}$٫۸۶۵۳۱۳۳

حاصل ضرب = ٫۰۰۷۳۳۵۲۳ اوسکا لوگارثم =

مشق

۱ ضرب کرو ۲۳۱٫۴ و ۵٫۰۶۲ کو جواب ۱۱۷۱٫۳۴۷

۲ ضرب کرو ۳۵٫۸۶ و ۲٫۱۰۴۶ و ٫۸۳۷۲ و ٫۰۰۲۹۴۳ جواب

(۱۴) لوگارثم سے تقسیم کرنیکا طریقہ ۔ مقسوم کے لوگارثم سے مقسوم علیہ کا لوگارثم تفریق کرو حاصل تفریق خارج قسمت کا لوگارثم ہوگا

امثلہ

۱ تقسیم کرو ۳۷۱٫۴۹ کو ۵۲٫۳۷۶ پر

لو ۳۷۱ر۴۹ = ۲ر۵۶۹۹۴۷۱

لو ۵۲ر۳۷۶ = ۱ر۷۱۹۱۳۲۳

تفاضل ۰ر۵۵۰۸۱۴۸

خارج قسمت = ۷ر۰۹۲۷۵۲

۲ تقسیم کرو ر۰۷۴۳۸ کو ۱۲۹ر۴۷۶ پر

لو ر۰۷۴۳۸ = $\bar{۳}$ر۸۷۱۴۵۶۲

لو ۱۲۹ر۴۷۶ = ۲ر۱۱۲۱۸۹۳

تفاضل $\bar{۴}$ر۷۵۹۲۶۶۹

خارج قسمت = ر۰۰۰۵۷۴۴۶۹۴

مشق

۱ تقسیم کرو ۳۶۳ر۱۴۲ کو ۵۶۷ر۴ پر جواب ۵۲ر۹۰۷۸۲

۲ تقسیم کرو ر۶۳۱۴۴ کو ر۰۰۷۲۴۱ پر جواب ۸۷ر۱۹۷۶۹۲

(۱۵) لوگارثم سے تناسب نکالنے کا طریقہ ـ لوگارثم پہلی دوسری اور تیسری حد کے جمع کرو اور مجموعہ سے لوگارثم پہلی حد کا تفریق کرو یہ حاصل تفریق چوتھی حد کا لوگارثم ہوگا

(ا) کسی عدد کا حسابی متمم وہ تفاضل ہے جسکو ایسے عدد سے تفریق کریں جسمیں ا شامل ہو معہ اوتنی صفروں کی جتنے کہ اوس عدد میں ہندسے ہیں جبکہ قوت نما کسی لوگارثم کا ۱۰ سے کم ہو (جو کہ اکثر ہوا کرتا ہے) تو اوسکا حسابی متمم دریافت ہوتا ہے اوسکو ۱۰ میں سے تفریق کرنے سے

(ب) حسابی متمم کسی لوگارثم کا بہت آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اوسکی داہنے ہاتھ کے ہندسہ کو دس میں سے تفریق کرینگے اور اوسکے سلسلے کے جتنے ہندسے ہیں اونکو ۹ میں سے تفریق کرینگے ـ پہلی حد کے لوگارثم کو بجائے تفریق کرنیکے اوسکا حسابی متمم دوسری

اور تیسری حد کے لوگارثم میں جوڑا جائے یہ مجموعہ قوت نمائی ہے ۱۰ تفریق کرنے کے بعد چوتھی حد کا لوگارثم
ہوگا **مثال** چوتھا عدد متناسب ۴ر۲۳۷ اور ۰۰۲۵۱۹ر اور
۳۵۴۳ر۸۶۲ کا معلوم کرو

جو نسبت ۴ر۲۳۷ الخ ۲ر۸۵۹۳۷۸۵ متمم میں ۱۴۰۶۲۱۵ر۷ کو

اسکے ہی ۰۰۲۵۱۹ر طرادمی الخ ۳۸۲ ۴۰۱۲۲۸۲ر۳ ۴۰۱۲۲۸۲ر۳

وہی نسبت ہے ۳۵۷۴ر۸۶۲ الخ ۳ر۵۵۳۲۵۹۲ ۳ر۵۵۳۲۵۹۲

۱ر۹۵۴۴۸۷۴ بطرین ۲ر۰۹۵۱۰۸۹ بطرین اکمل ۲ر۰۹۵۱۰۸۹

اس سے ۱ر۲۳۴۸۴۲۷

پہلے طریقہ عمل میں دوسری اور تیسرے حد کے لوگارثم جمع کئے گئے ہیں اور مجموعہ سے پہلی حد کا لوگارثم
منہا کیا گیا جسکا حاصل تفریق آیا ہے

(س) حسابی متمم کسی عدد کا بعض اوقات حاصل تفریق جبر ہوتا ہے جو کہ صفر میں سے تفریق
کرنے کے بعد کیا ہو

کسی عدد کو کسی عدد میں سے تفریق کرنے کے بجائے اگر یہ حسابی متمم پہلے عدد کا عدد آخر میں جوڑا جائے
تو مجموعہ تفاضل مطلوبہ ہوگا بغیر ۱۰ یا کسی عدد کو تفریق کرنے کے اسطرح مثال بالا میں ح م

۴ر۲۳۷ کے لوگارثم کا = ۳ر۱۴۰۶۲۱۵
لو ۰۰۲۵۱۹ر کا = ۴۰۱۲۲۸۲ر۳
لو ۳۵۷۴ر۸۶۲ کا = ۳ر۵۵۳۲۵۹۲
۲ر۰۹۵۱۰۸۹

ح م =
حسابی متمم

نتیجہ اسکا بھی وہی ہے جو پہلے حاصل ہوا تھا —

۱۳ (۱۶) لوگارثم کے ذریعہ سے قوتوں کا صعود —— عدد معلوم کے لوگارثم کو
اوس قوت کے قوت نمائی میں ضرب دو جہانتک اوسکو صاعد کرنا مطلوب ہے حاصل ضرب

قوت مطلوب کا لوگارثم ہوگا **مثال** ۳۰٫۷۱۴۶ کا مکعب معلوم کرو

لو ۳۰٫۷۱۴۶ کا = $\frac{۱٫۴۸۷۳۴۴۹}{۳}$

قوت = ۲۸۹۷۵٫۷۵ - اوسکا لو = ۴٫۴۶۲۰۳۴۷

مشق چوتھی قوت ۱۲۳٫۹ کی معلوم کرو جواب ۷۰۴۹٫۳۸

۵ ۳۶۵ وین قوت معلوم کرو ۱٫۰۰۴۵ کی جواب ۵٫۱۴۹۰۶۳

(۱۷) لوگارثم کے ذریعہ سے قوتوں کا نزول — تقسیم کرو عدد معلوم کے لوگارثم کو اوس عدد پر قوت کا جس تک تجذیر کرنا مطلوب ہے خارج قسمت جذر مطلوب ہوگا —

مثالین $\sqrt[3]{۱۲٫۳۳۴۵}$ کا کعب معلوم کرو

لو ۱۲٫۳۳۴۵ = ۱٫۰۹۱۴۹۱۱

اوسکا خارج قسمت مقسوم علیہ ۳ کے ساتھ = ۰٫۳۶۳۸۳۰۴ = لو ۲٫۳۱۱۱۶۲

پس $\sqrt[3]{۱۲٫۳۳۴۵}$ = ۲٫۳۱۱۱۶۲

۲ چوتھا جذر ۰٫۰۰۷۶۵۴۲ کا معلوم کرو لو ۰٫۰۰۷۶۵۴۲ = $\bar{۳}$٫۸۸۳۸۹۹۸

اوسکا خارج قسمت مقسوم علیہ ۴ کے ساتھ ($\bar{۳}$ کے ساتھ) = $\bar{۱}$٫۴۷۰۹۷۴۹ =

لو ۰٫۲۹۵۷۸۴ پس $\sqrt[4]{۰٫۰۰۷۶۵۴۲}$ = ۰٫۲۹۵۷۸۴

(۱۸) لا کی قیمت معلوم کرنیکا طریقہ اس مساوات میں $ا^{لا}$ = ب بموجب قاعدہ

(اوس) ہم جانتے ہیں کہ لا لو ا = لو ب ∴ لا = لو ب ÷ لو ا فرض کرو

کہ ا = ۴ اور ب = ۱۰ تو لا = $\frac{۱٫۰۰۰۰۰۰۰}{۰٫۶۰۲۰۶۰۰}$ = ۱٫۶۶۰۹۶۴

پھر فرض کرو کہ ا = ۸ اور ب = ۳٫۱۴۱۶ تو لا = $\frac{لو ۳٫۱۴۱۶}{لو ۸}$ =

$\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{۰٫۹۰۳۰۹۰۰}$ = $\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{۰٫۹۰۳۰۹۰۰}$ = $\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{۰٫۹۰۳۰۹۰۰}$ =

- $\frac{۰٫۴۹۷۱۵۰۹}{۲٫۹۰۳۰۹۰۰}$ = -۱٫۵۱۳۰۰۲۷ - اس اخری صورت مین ہمکو ۲٫۹۰۳۰۹۰۰ و ۱٫۱

کو -۰٫۰۹۶۹۱۰۰ سے تبدیل کرنا پڑا قبل تقسیم کرنیکے

تحویل عام لوگارثمونکی طرف نیپرین لوگارثمون کے اور بالعکس

(۱۳) جدولون سے استعمال کا طریقہ ذیل کی دو مثالون سے واضح ہوگا

۱ نیپرین لوگارثم معلوم کرو مطابق اس عام لوگارثم کے ۰٫۹۵۴۳۴۲۵

نیپر لو	عام لو
۲٫۱۸۷۴۵۵۸۴	٫۹۵
۹۶۷۰۸۶	۴۳
۹۶۷۱	۴۲
۱۱۵	۵
۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶	٫۹۵۴۳۴۲۵

۲ عام لوگارثم معلوم کرو مطابق اس نیپرین لوگارثم کے ۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶

عام لو	نیپر لو
۸۶۸۵۸۸۹۶	۲٫
۸۲۵۱۵۹۵	۱۹
۳۱۲۶۹۲	۷۲
۱۰۴۲	۲۴
۲۴	۵۶
٫۹۵۴۳۴۲۴۹	۲٫۱۹۷۲۲۴۵۶

یا ۷ مرتبون تک = ٫۹۵۴۳۴۲۵

لوگارثم کی جیوب مستوی خطوط مماس اور لوگارثم کے جیوب مستوی وخطوط مماس وغیرہ عدد دینے لوگارثمین جو کہ ان خطوطکا طول ظاہر کرتے ہین گویا خطاکری قوسکے ہون فرض کرو کہ نصف قطر ایک دائرہ کا ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ہے

۱۵ (۲۲) لوگارثمی جیب مستوی کسی قوس کی معلوم کرنا

(الف) جبکہ قوس مین صرف درجے اور دقیقے ہون۔ اگر درجون کا عدد ۴۵ سے کم ہو تو انکو جدول کے اوپر معلوم کرو اور اوس کالم مین جسکی پیشانی پر جیب لکھا ہی اور دقیقون کے عدد کے مقابل دست چپ کے کالم مین لوگارثم مطلوب ہے۔

اگر عدد ۴۵ سے زائد ہو اور ۹۰ سے کم تو وہ صفحہ کے آخر مین ملینگے اور اوس کالم مین جسکے نیچے جیب لکھا ہی اور مقابل دقیقون کے عدد کے دست راست کے کالم مین لوگارثم مطلوب ملیگا

یہی قاعدہ خطوط مماس وغیرہ مین جاری ہوگا اور تمام علم مثلث کے مقادیر مین

مثالین

لوجیب ۳۶° ۴۲' کا ۹٫۷۷۳۳۶۱۴ ہے

" سیکنٹ ۳۶ ۵۰ " ۱۰٫۰۹۶۷۰۲۳ "

" مماس ۵۳ ۳۶ " ۱۰٫۱۳۲۳۷۷۲ "

" کوٹنجنٹ ۵۳ ۴۰ " ۹٫۸۶۶۵۶۴۴ "

(ب) جبکہ اوس قوس مین درجے دقیقے اور ثانیے ہون تو لوگارثم درجات اور دقائق کا مثل سابق کے معلوم کرو اور جدولی تفاضل کو جو کہ تفاضل کے خانہ مین اوس لوگارثم کی برابر لکھا ہی توانی مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۶۰ پر تقسیم کرو خارج کو جو کہ حصہ النسبتی ہے سابق کے لوگارثم مین جمع کرو — اگر وہ مقدار کوسائن کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ ہو تو حصہ النسبتی توانی کے واسطے تفریق کرنا چاہیے اوس لوگارثم سے جو کہ درجات اور دقائق کیلیے ہی

کمالا یخفیٰ ۱۲ کرونا ون یا درت مورخ نقصان سے

مثالین

۱ لوگارثمی مماس معلوم کرو ۳۶° ۴۰' ۵۰'' کا

لو مماس ۳۶ جہ ۴۰ قہ = ۹٫۸۷۱۸۴۸۶

حصہ تناسب = ۲۶۳۷ × ۵۰/۶۰ = ۲۱۹۷

لوگارثم مماس ۳۶ جہ ۴۰ قہ ۵۰ ثہ کا = ۹٫۸۷۲۰۶۸۳

۳ لوگارثمی کوسیکنٹ ۵۳ جہ ۴۰ قہ ۴۴ ثہ کا معلوم کرو

لو کوسیک ۵۳ جہ ۴۰ قہ = ۱۰٫۰۹۵۷۵۷۹

حصہ نسبتی = ۰۹۴۰ × ۴۴/۶۰ = ۳۷۶

لو کوسیک ۵۳ جہ ۴۰ قہ ۴۴ ثہ = ۱۰٫۰۹۵۷۲۱۳

یہ قاعدہ اس بنا پر جدولی تفاضل یکی لوگارثم کا وہ فرق ہی جو کہ اوسکی اور اوسکے اوپرکے اقرب لوگارثم کے درمیان ہوتا ہی اور اسلئے وہ فرق مطابق ۶۰ ثہ کے ہی پس اگر جت کو جدولی تفاضل فرض کیا جای اور حن کو حصہ نسبتی جو کہ عدد ثوانی کیلئے جمع کیا جائیگا تو ۶۰ : ن = جت : حن اور حن = ن جت/۶۰ اس سے تفاضل بلا تغیر نکلتا ہی اور یہ حالت کئی مسلسل لوگارثمون مین پائی جاتی ہی

مشقین

۱ لوگارثمی جیب مستوی ۳۶ جہ ۴۳ قہ ۳۶ ثہ کی معلوم کرو جواب ۹٫۷۷۶۴۳۴۶

۲ لوگارثمی کوتنجنٹ ۵۳ جہ ۳۲ قہ ۴۲ ثہ کا جواب ۹٫۸۶۸۴۹۵۳

(۲۳) کسی لوگارثمی جیب مماس یا سیکنٹ کی مطابق عدد درجات و دقایق و ثوانی ۱۶

(ک) جبکہ لوگارثم جدول مین ملی تو درجات کا عدد صفحہ کے اول یا اخر مین ملیگا بموجب نام لوگارثم کے اور دقایق کا عدد ایک خاص کالم مین ملیگا جیسے کہ (۲۲) مین

مثالین ۱ لو مماس ۹٫۸۶۷۳۵۸۳ مطابق ۳۶ جہ ۲۳ قہ

۲ لوکوسیک ۹٫۷۷۷۶۱۲۸ مطابق ۵۳ج ۱۱ق

(ب) جبکہ لوگارتھم معلوم جدول میں صحیح نہ ملے تو اوس سے اقرب نزولی لوگارتھم خارج کالم میں معلوم کرو اور درجات و دقایق اوسکے مطابق معلوم کرو جبکہ وہ جیب مستوی خط مماس یا سیکنٹ ہو اور تفاضل درمیان اس لوگارتھم اور دیے ہوئے لوگارتھم کے دیکھو پھر اس تفاضل کو ۶۰ میں ضرب دو اور جدولی تفاضل پر تقسیم کرو خارج قسمت عدد ثوانی مطلوبہ ہوگا

(س) جبکہ دیا ہوا لوگارتھم کسی جیب تمام یا کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ کا لوگارتھم ہو تو وہ اقرب صعودی لوگارتھم سے جو کہ جدول میں لکھا ہے معلوم ہوگا اور ثوانی حاصل بطریق مثل سابق معلوم ہونگے

مثالیں

۱ عدد درجات دقایق و ثوانی بموجب لوگارتھمی جیب مستوی ۹٫۹۰۴۷۴۲۳ کے معلوم کرو

اقرب نزولی ۹٫۹۰۴۷۱۰۶ = لوجیب ۵۳ج ۵ق

دیا ہوا لو ۹٫۹۰۴۷۴۲۳

تفاصل ۳۱۷ جدولی تفاضل = ۹۳۷

پس ن = (۶۰×۳۱۷) / ۹۳۷ = ۲۰٫۳ ثانیہ

اور ۹٫۹۰۴۷۴۲۳ = لوجیب ۵۳ج ۵ق ۲۰٫۳ثانیہ

۲ عدد درجات و دقایق و ثوانی بموجب لوگارتھمی کوسیکنٹ ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲ کے معلوم کرو

اقرب صعودی ۱۰٫۲۲۸۱۸۵۰ = لوکوسیک ۳۶ج ۱۵ق

دیا ہوا لو ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲

تفاصل ۱۳۹۸ اور جدولی تفاضل = ۱۷۲۲

پس ن = (۶۰×۱۳۹۸) / ۱۷۲۲ = ۴۸٫۷ ثانیہ

اور ۱۰٫۲۲۸۰۴۵۲ = لوکوسیک ۳۶ج ۱۵ق ۴۸٫۷ثانیہ

یہ قاعدہ اوس تناسب پر موقوف ہی جو کہ دفعہ ۲۳ میں بیان کیا گیا ہے

یا جت : حن = ۶۰ : ن ہے اور ن = $\frac{۶۰ \times حن}{جت}$

مشقین

۱ درجات وغیرہ مطابق لوگارثمی مماس ۸٫۶۵۴۳۸۶۴۲۹ کے معلوم کرو

جواب ۳۰ ۱۲ ۶ ۴ فقط

۲ درجات وغیرہ مطابق لوگارثمی کوتجنت ۹٫۸۷۳۴۵۳۲ کے معلوم کرو

جواب ۵۳ ۱۳ ۵۵

چھوٹی قوسونکی قاعدی

(۲۴) تفاضلات لوگارثمی جیوب مستویہ اور مماسات اور قوسونکی جو کہ ۳ ۵ سی زائد نہوں بہت مختلف ہوتی ہیں اور اسواسطی لوگارثمی جیوب و مماسات ایسی قوسونکے جنمیں ثوانی بھی ہوں صحیح نہیں دریافت ہوسکتیں کیونکہ حصہ نسبتی اس قیاس پر مبنی ہی کہ جس قوس میں ۶۰ ثانیے کا تفاصل ہو اوسمیں تفاضلات مسلسل ہونگی — اگر لوگارثمی جیب مستوی کسی قوس کے قریب ۹۰ درجہ کی معلوم کرنا ہو تو بقاعدہ معمول تو اس لوگارثم کی غلطی سابق کی قوس میں کئی سکنڈ کی غلطی کا باعث ہوگی کیونکہ تفاضل مطابق ۶۰ سکنڈ کے اون قوسونکی واسطی جو کہ قریب ۹۰ درجہ کی ہیں چھوٹے ہیں اسیطرح جبکہ لوگارثمی جیب مستوی یا خط مماس کسی چھوٹی کا دیا ہو تو وہ قوس بقاعدہ معمول صحیح نہیں دریافت ہوسکتی — یہ بات بھی بتادی کہ ایسی چھوٹی زاوی اندازہ میں آسکیں لیکن اونکا اندازہ ہوسکے تو اونکا یا اونکی لوگارثمی جیب مستوی یا مماس کا بھی ذیل کے قاعدونکی ذریعہ سی اندازہ ہوسکتا ہی

(۲۶) کسی قوس صغیر کی لوگارثمی جیب مستوی معلوم کرنا … قوس کے لوگارثم میں جسکی تحویل ثوانی کیطرف کیگئی ہو ۴٫۶۸۵۵۷۴۹ جمع کرو حاصل جمع سی اوسکی لوگارثمی سیکنٹ کا ثلث تفریق کرو اس آخر لوگارثم کا فوقیت کا بقدر دس کے بڑا ہے کم کیا گیا ہو حاصل تفریق لوگارثمی جیب مستوی مطلوبہ ہوگی

کے اقول ... ظل ... عدد توالی قوس × جیب ... ثانیہ ×

مربع ... بالمکعب قاطع منحط خود قوس = ظل قوس

تنبیہ اقول ... انچین گھٹتی ... تو کون ... جاری ... اگر ... دقائق ...

مثال لوگارثمی جیب مستوی آ ۴۴ ۸ر۳۶ کی معلوم کرو

ا = آ ۴۴ ۸ر۳۶ = ۸ر۲۷۶۶ اور اسکا لوگارثم = ۳ر۹۷۷۳۸۳

عدد دوام = ۴ر۶۸۵۵۷۹

۸ر۳۸۳۳۱۳۲

$-\frac{1}{3}$ (لوسیک ا − ۱۰) = $-\frac{1}{3}$ × ۱۱ر۲۰۱۰۰۰ = ۰ر۰۰۰۰۶۷۰

پس لوگارثمی جیب آ ۴۴ ۸ر۳۶ = ۸ر۳۸۳۲۴۶۲

(۳۶) کسی قوس صغیرہ کی لوگارثمی مماس معلوم کرنا ... قوس کے لوگارثم میں جسکی تحویل ثوانی کیطرف کیگئی ہو ۴ر۶۸۵۵۷۹ جمع کرو اور نیز $\frac{2}{3}$ لوگارثمی سیکنٹ کا اور اس آخر کے لوگارثم قوت نما سے بقدر ۱۰ کے کم کیا گیا ہو حاصل جمع لوگارثمی مماس مطلوب ہوگا —

مثال لوگارثمی مماس ا ۴۴ ۸ر۳۶ کا معلوم کرو

ا = آ ۴۴ ۸ر۳۶ = ۸ر۲۷۶۶ انکا لوگارثم = ۳ر۹۷۷۳۸۳

عدد دوام = ۴ر۶۸۵۵۷۹

۸ر۳۸۳۳۱۳۲

+ $\frac{2}{3}$ (لوسیک ا − ۱۰) = $\frac{2}{3}$ × ۱۱ر۲۰۱۰۰۰ = ۰ر۰۰۰۱۳۴۱

پس لوگارثمی مماس ا ۴۴ ۸ر۳۶ کا = ۸ر۳۸۳۴۴۷۳

(۳۷) قوس صغیرہ جسکی لوگارثمی جیب معلوم ہو دریافت کرنا

دی ہوئی لوگارثمی جیب میں ۵ر۳۱۴۴۲۵۱ جمع کرو اور $\frac{1}{3}$ لوگارثمی سیکنٹ اور اس آخر کے لوگارثم کا قوت نما کہ سابق میں بقدر ۱۰ کے کم کیا ہو حاصل جمع اوسی قوس کے ثوانی کا لوگارثم ہوگا مثال

وہ قوس معلوم کرو جو مطابق اس جیب مستوی کے ہے ۸ر۳۸۳۲۴۶۲

قوس تقریباً معمول لوگارثم سے دریافت ہو سکتی ہے یعنی وہ ۱۰ آ ۴۴ ۳۶ ہوگی

اور اس قوس کا لوگارثمی سیکنٹ ۱۰ر۰۰۰۲۰۱ ہے پس

دی ہوئی لوگارثمی جیب = ۸ر۳۸۳۲۴۶۲

عدد دوام = ۵ر۳۱۴۴۲۵۱

۱/۳ (لوسیک — ۱۰) = ۰٫۰۰۰۰۶۷۰
۳٫۷۹۷۷۳۸۴

لو ۸٫۶۲۷۶ = ...

پس ل = ۸٫۶۲۷۶ = ۱ ۴۴ ۳۶٫۸

(۳۸) وہ قوس صغیر جسکا کہ لوگارثمی مماس دیا ہو دریافت کرنا — دی ہوئی لوگارثمی مماس میں ۵٫۴۴۳۱۴۲۵۱ جمع کرو حاصل جمع سے ۱/۳ مطابق لوگارثمی سیک تفریق کرو جسکا کہ قوت نمایہ ... اسے کم کر لیا ہو تو حاصل تفریق اوس قوس کے توانی کا لوگارثم ہوگا

مثال لوگارثمی مماس ایک قوس صغیر کا ۸٫۳۴۸۳۴۴۷۳ ہے اوس قوس کو معلوم کرو
بیہ قاعدہ معمول معلوم ہو سکتا ہے کہ قوس تقریبا ۱ ۴۴ ۳۶ ہے اور اوسکا سیک ۱۰٫۰۰۰۲۰۱۱ ہے

دیا ہوا لوگارثمی مماس = ۸٫۳۴۸۳۴۴۷۳
عدد مدام = ۵٫۴۴۳۱۴۲۵۱
۳٫۷۹۷۸۷۲۴
— ۱/۳ (لوسیک — ۱۰) = ۰٫۰۰۰۱۳۴۱
۳٫۷۹۷۷۳۸۳ = لو ۸٫۶۲۷۶

پس ل = ۸٫۶۲۷۶ = ۱ ۴۴ ۳۶٫۸

صغیر قوسونکی لوگارثمی سیکنٹ کے تفاضلات کی صغر کی وجہ سے چند سکنڈ کی غلطی باعث ہوگی ایک ایسی غلطی کا کہ جو اعشاریہ کے چھٹے مرتبہ میں ہو ایک کم ہے اور گویا غلطی قوس مطلوبہ میں اس ذریعہ ایک سکنڈ کے بیسویں حصہ کم ہوگی

دائرہ نصف النہار کو زاویہ لیکا یا جو قطب کا ... نقطہ جہات اور گوشوں کی نقطوں کے ساتھ بنی ہے

(۳۹) اس جدول میں نقاط اور نقاط جہات کی قیمت جو خط ...... سے اور دائرہ نصف النہار سے پیدا ہوتی ہیں درجات وغیرہ میں دی ہوئی ہے اسطرح کہ عدد نقاط جو خط ...... میں ہیں جو کہ شمال اور شمال مشرق یا شمال اور شمال مغرب میں

نصف النہار کے ساتھ دو نقطہ ہیں اور یہ دو نقطے = ۴۴ ہیں ایسطرح وہ نقطے جو درمیان مشرق اور جنوب شمال و مشرق یا مشرق اور شمال کے ہیں یا درمیان مشرق اور جنوب مشرق یا مشرق اور جنوب کے ہیں = ۱/۲ ۶ یا نقطوں کے = ۷۰ ۱۸ ۱۱ ۵ ہیں

لوگارثمی جیوب مستویہ اور مماس وغیرہ ہر نقطہ جہات کے ساتھ اور گوشوں کے نقطوں کے ساتھ

(۳۰) جبکہ زاوی نقطوں میں دئیے ہوئے ہوں بجای درجات کے تو ان کی جیوب مستویہ اور مماسات وغیرہ کا دریافت کرنا آسان ہے بغیر ان کی تحویل کرنے کے درجوں میں اور یہ لوگارثم اس جدول میں دئیے ہوئے ہیں ایسطرح لوگارثمی مماس ۳ ۱/۲ نقطوں کا = ۹۱۴۱۷۳۲ ر ۹ قطعات دوائر کے رقبات جبکہ قطر = ۱ ۸۵

(۳۱) اس جدول میں قطعا ارتفاع دیا ہوا ہی جبکہ قطر = ۱ اور اوسکا محاذی قطعہ کا رقبہ قطر = ۱ اور جبکہ قطر ایک نہیں ہے تو قطعہ کے ارتفاع کو قطر پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع ایک کے قطر کا ہوگا جسطرح فرض کرو اور نیز فرض کرو ا کا زاویہ مرکزی ہے اور س طول قوس قطعہ تو ا س/ح = اصلی جیب مستوی ۱/۲ جس سے ا معلوم ہو سکتا ہی پھر زاوی کی پیمائش دوری کے ~~ہاتھ~~ س صدوی رقبہ = ۱/۲ (س - جیب ا) اس جدول کو اندازہ ہو سکتا ہی

(۳۲) دوری قطعہ کے رقبہ کا تخمینہ

قاعدہ ۴ — ارتفاع کو قطر پر تقسیم کرو خارج کو ارتفاعات کے کالم میں دیکھو اور رقبہ مطابق علیحدہ کرلو جسکو قطر کے مجذور میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ مطلوب ہوگا۔

مثال ایک قطعہ کا ارتفاع ۱۶ ہی اور قطر ۱۰۵ رقبہ معلوم کرو ۱۶ ÷ ۱۰۵ = ۱۵۲۳۸۱ ر

ارتفاع ۱۵۳ ر = ۰۷۶۰۳۶ ر رقبہ
۱۵۲ ر = ۰۷۵۳۰۷ ر
تفاضل ۷۱۹

۷۱۹ × ۳۸۱ ر = ۲۷۴ جسکو ۰۷۵۳۰۷ ر میں جمع کرنا ہی

(۱۰۵)² × ۰٫۷۵۵۸۱ حاصل ہوتا ہے اور ۱۰۸٫۷۵۵۸۱
= ۸۳۳٫۲۸ کہ رقبہ مطلوب ہے،

زاویوں کی دوری پیمائش یا طول قوس جبکہ نصف قطر ۱ ہو

(۳۳) کسی قوس کی دوری پیمائش معلوم کرنا جبکہ زاویہ کی پیمائش معلوم ہو اور بالعکس

(الف) قوس کے درجات سرورق صفحہ پر معلوم کرو اور سنٹ بائیں ہاتھ پر، پھر درجات کے نیچے اور دقائق کے مقابل طول مطلوب ہے، لیکن اگر زاویہ میں ثوانی بھی ہوں تو اوس نتیجہ میں سکنڈ کے مقابل کا عدد جمع کرو جو کہ صفحہ کے داہنے طرف ہے، حاصل جمع طول مطلوب ہوگا،

(ب) بالعکس - جبکہ طول یا دوری پیمائش معلوم ہو تو دیا ہوا طول جدول میں معلوم کرو، پھر درجات کالم صفحہ کے اوپر اور منٹ بائیں ہاتھ کی جانب اور یہ زاویہ کی پیمائش مطلوب ہے جبکہ طول جدول میں صحیح درج نہ ہو جائے - لیکن اگر صحیح درج نہ ہو تو دوسری نزدیکی قوس کے مطابق درجات و دقائق معلوم کرو اور اس نزدیکی قوس کو قوس معلومہ سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کے مقابل داہنے ہاتھ پر قوس کے ثانیے ملینگے -

اصلی جیوب مستویہ و جیوب التمام و سہام و اوتار

(۳۴) یہ جیوب مستویہ اصلیہ کو وجیب التمام و سہام و اوتار وغیرہ جو اس جدول میں ہیں قوسوں کی یا دائرہ کی قوسوں کی مقادیر کے طول ہیں جسکا نصف قطر = ۱ ہے، دہ کسور اعشاریہ ہیں اگرچہ ہمزہ نہیں لگائی گئی ہے سوای اوس مقام کے جہاں وہ ایک کی برابر یا ایک سے بڑے ہیں اس حالت میں ہمزہ لگائی گئی ہے - یا وہ ان مقادیر کے طول میں اعداد صحیح ہیں جبکہ نصف قطر = ۱۰۰۰۰۰۰ - اصلی جیوب مستویہ اور کوسائن قوسوں کی اور نیز قوسین

کسی دی ہوئی جیوب ستویہ اصلیہ یا کوسائنس کی اس جدول سے معلوم ہوسکتی ہی اوسی طریقہ پر جو کہ لوگارثمی جیوب اور کوسائنس کی واسطے استعمال کیا تہا

قوسوںکی جیوب ستویہ اصلیہ اور جیوب التمام اسانی سے دریافت ہوسکتی ہیں لوگارثمی جیوب ستویہ او جیوب التمام سے صرف اخر والے کی علامات ہیں ۱۰ تفریق کرنے سے یہاں لوگارثم کے مطابق جو عدد ہو وہی اصلی جیب ستوی یا جیب التمام مطلوب ہے اسی طریقہ سے اصلی مماس او قاطع وغیرہ معلوم ہوسکتے ہیں فرض کرو کہ س = ایک قوس کی جیب ستوی اصلی کی ہے

اور ش = اوسی قوس کی جیب ہے جسکا کہ لوگارثم لوگارثمی جیب ہے

تو ش = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ س ہے

اور لوش = ۱۰ + لوس ہے یا لوس = لوش − ۱۰

مثال ۳۶ درجہ ۴۴ دقیقہ کی لوگارثمی جیب دی ہوئی ہے یعنی ۹٫۷۷۶۷۶۷۶ اوس قوس کی اصلی جیب ستوی معلوم کرو

لوجیب ۳۶ درجہ ۴۴ دقیقہ = ۹٫۷۷۶۷۶۷۶

تفریق کرو ۱۰

۱٫۷۷۶۷۶۷۶

لو اصلی جیب = ۵۹۸۰۹۱۵ ۰٫

اگر وتر کسی قوس کا مطلوب ہو تو اوس قوس کے نصف کی دو چند اصلی قوس جیب معلوم کرو اور وہ وتر مطلوب ہوگا یا فرض کرو کہ و = وتر تتمہ ہے تو جذر (۲ × و) (۲ − و) کا = وتر مطلوب ہے یا وتر مطلوب = $\sqrt{4 - و^2}$

نوٹ — یہہ جدول مطابق کسی دی ہوئی عرض البلد کے طول درجہ طول البلد کے معلوم کرنیکے لئے استعمال ہوسکتی ہے اسطرح دی ہوئی عرض البلد کے اصلی کوسائن کو

۶۰ مین ضرب دو حاصل ضرب جغرافیہ یا ملاحونکی ایک درجہ طول البلد کا طول ہوگا - یا اوسکو
۱۲۱ ر ۶۹ سے ضرب دو حاصل ضرب انگریزی میلون کا طول ہوگا

اصلے مماسات اور کوٹنجنٹ سیکنٹس اور کوسیکنٹس

(۳۵) یہ جدول اوسی طرح استعمال ہو سکتی ہے جسطرح جدول اصلی جیوب اور کوسائن ۱۸
کی یعنی درجات صفحہ کے اوپر اور زاویہ دقائق صفحہ کے بائین جانب معلوم کرنے سے جبکہ مقدار مطلوب مماس یا سیکنٹ ہے لیکن درجات صفحہ کے نیچے معلوم کرنا چاہئے اور دقائق صفحہ کے داہنے جانب جبکہ مقدار مطلوب کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ ہو تو مقدار مطلوب ان کالمون کے ملتقی پر ملیگی - اگر دیے ہوے زاویے مین ثانئے بھی ہون تو دیے ہوے زاویے منسوبہ کی مطابق اور صعودی منٹ کی مطابق کی مقدارونمین فرق دریافت کرو جسمین ا = ۶۰ کی تبدیلی ہوگی جسکو ڈ فرض کرو اور صحت کا نام د رکھو مطابق اون سکنڈونکی جو کہ دیے ہوئے زاویہ مین ہین اور ان سکنڈونکو س تصور کرو تو

۶۰ : س :: ڈ : د ∴ د = $\frac{\text{س} \times \text{ڈ}}{\text{۶۰}}$ = صحت مطلوب

اس صحت کو جمع کرنا چاہئے جبکہ مقدار مطلوب مماس یا سیکنٹ ہو اور تفریق کرنا چاہئے اگر وہ مقدار کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ ہو

اگر وہ زاویہ دریافت کیا جاے جو مطابق ہے دی ہوئی ٹنجنٹ یا سیکنٹ کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ کے تو دوسری مقدار نزولی دریافت کرو - اگر وہ جدول مین صحیح نہ دریافت ہو جبکہ دی ہوئی مقدار مماس یا سیکنٹ ہو لیکن دوسری مقدار صعودی جبکہ وہ کوٹنجنٹ یا کوسیکنٹ ہو اور فرق معلوم درمیان اوسکا اور مقدار معلوم کے جسکو د تصور کرو اور نیز تفاضل اس جدولی مقدار

اور اس مقدار کے درمیان جو کہ مطابق دو سکسو دقیقہ کے ہی جسکو ڈ کہو تب

ڈ : د : : ۶۰ : (س = توانی مطلوب کے) ∴ س = $\frac{۶۰ د}{ڈ}$

مثال اصلی ٹماس ۲۲ ۱۷ ۴۳ کا معلوم کرو

اصلی ٹماس ۲۲ ۱۷ کا = ۹٫۹۳۹۸۴ر

اصلی ٹماس ۲۲ ۱۸ کا = ۹٫۹۹۳۰۰ر

تفاضل ۶۰ = ڈ کا = ۵۳ ۱۶

د = $\frac{۴۳ ڈ}{۶۰}$ = $\frac{۵۳۱۶ \times ۴۳}{۶۰}$ = ۳۸۱۰٫ +

∴ اصلی ٹماس ۲۲ ۱۷ ۴۳ کا = ۹٫۹۷۷۹۴ر

مثال ۲ اصلی کوٹنجنٹ ۲۲ ۱۷ ۴۳ کا معلوم کرو

اصلی کوٹنجنٹ ۲۲ ۱۷ کا = ۱۰٫۹۹۶۲۸۱ر +

اصلی کوٹنجنٹ ۲۲ ۱۸ کا = ۱۰٫۹۸۹۸۵۷ر

تفاضل ۶۰ = ڈ کا = ۶۴۲۴

د = $\frac{۴۳ ڈ}{۶۰}$ = $\frac{۶۴۲۴ \times ۴۳}{۶۰}$ = ۴۶۰۴

∴ اصلی کوٹنجنٹ ۲۲ ۱۷ ۴۳ کا = ۱۰٫۹۹۱۶۷۷ر

مثال ۳ اوس زاویہ کو دریافت کرو جسکا اصلی ٹماس ۱۷۳۴۲۸۵۶ر ہے

دیا ہوا اصلی ٹماس = ۱۷۳۴۲۸۵۶ر

اصلی ٹماس ۳۶ ۱۷ = ۱۷۳۴۱۲۵۳ر

∴ ڈ = ۱۶۰۳

نیز اصلی ٹماس ۳۶ ۱۸ = ۱۷۳۴۵۷۳۰ر

$$\therefore ڈ = \frac{\quad}{۴۴۷۷}$$

لیکن س = $\frac{۶۰ د}{ڈ} = \frac{۱۶۰۳ \times ۶۰}{۴۴۷۷} = \frac{۹۶۱۸۰}{۴۴۷۷} = ۲۱٫۵$ گ

پس ۲۸۵۶ ۲۴۳۷ ر = اصلی مماس ۶۲° ۱۷' ۲۱٫۵'' کے

مثال ۴ اوس اوریہ کو معلوم کر جسکا اصلی کوتجنبٹ ۱۵۸۳۷۶۴ ۲ء۱ ہو

دیا ہوا اصلی = ۲٫۱۵۸۳۷۶۴

اصلی کوتجنبٹ ۴۴° ۵۱' کا = ۲٫۱۵۹۲۴۷۶۰

$$\therefore ڈ = \frac{\quad}{۱۶۴۶۱}$$

لیکن س = $\frac{۶۰ \times د}{ڈ} = \frac{۸۷۱۴ \times ۶۰}{۱۶۴۶۱} = \frac{۵۲۲۸۴۰}{۱۶۴۶۱} = ۳۱٫۷$ گ

پس ۲٫۱۵۸۳۷۶۴ = اصلی کوتجنبٹ ۴۴° ۵۱' ۳۱٫۷'' کے

(۳۶) سیکنٹ اور کوسیکنٹ کا حساب جہان کہ زاویہ بہت سکنڈ بھی شامل ہون اوسیطرح کا جیسا کہ مماسات اور کوتجنبٹ کیلئے اوپر بیان کیا

قطعات شش عرض البلد و زوائی

(۳۷) ان جدولونمین سطحات مثلثات قائم الزوایا کے حصص ہیں جنکا سب بڑا ضلع اعداد صحیح ہین اور جو کہ ۳۰۰ سے زائد نہیں - یہ زاوی صفحات ۳۳۴ سے ۳۴۹ تک دی ہوئے ہین قطعہ نما کہ ہر گوشہ کے زاویہ کیلئے اور وہ زاوئی جو صفحات ۳۵۰ سے ۳۹۴ تک دی ہوئے ہین ہر زاویہ قطاع اصغر قائم الزاویہ کیلئے ہین اگر ان مثلثون کے ضلع جدول کی حدود سے بڑھ جائین تو اونکو ایسے عدد سے تقسیم کرنا چاہئے کہ جو وہ خارج قسمت پیدا کرے جو ان حدود کے اندر ہو اور پھر جدول کے نتیجے جنکو اونسی عدد مین ضرب دیجائے حصص مطلوب اوسی مثلث کے ہیںگے اگر یہ خیال کیا جائے

کہ زاویے کسی جا نتیجہ میں تقسیم کیے جائینگے نہ ضرب دی جائیگی یہ جدولین جہاز رانی کے
مسائل حل کرنے میں بہت مفید ہیں جنکا تعلق مثلثات قائم الزاویہ سے ہی جبکہ سمت
کی صحت مطلوب نہیں ہر زاویہ صفحہ کے اوپر یا نیچے کا مثلث قائم الزاویہ راس کا زاویہ
ہی اور اس زاویہ کے مقابل کی ضلع اوس کالم میں ملیگی جسمیں لفظ Dep لکھا ہے اور اوسکے (ڈیپ)
برابر کے ضلع اوس کالم میں جسمیں Lat لکھا ہے اور وتر کالم Dist میں (ڈسٹ فاصلہ) (لاٹ عرض)
یہ سب ایک دوسرے کو ایک نقطہ میں ملاتی ہیں اسطرح زاویہ راس ۳۳° کے اور قاعدہ
۳۸ اسکے ساتھ عمود ۱۹٫۷ وتر ۳۵٫۲ ملتا ہے اور عمود ۱۱۵٫۹ - اور قاعدہ
۲۰٫۹ کے ساتھ زاویہ راس ۶° اور وتر ۳۹٫۲ پایا جاتا ہے
۳ سلے نقطوں کی رفتار اور فاصلہ ۵۶٫۲ کے ساتھ فرق عرض البلد ۱۹٫۷ ملتا ہے
کالم Lat میں --- متوسط عرض البلد ۳۹° کے ساتھ جسکو مثلث قائم الزاویہ (لاٹ عرض)
مسطح کا زاویہ راس فرض کیا ہی اور روانگی ۲۱٫۴۱ کے ساتھ جسکو اوسی مثلث کا عمود فرض
کیا ہی ہمکو تفاضل طول البلد کا قریب ۱۸٫۳ کے ملتا ہی شمار ترکیب کالم Dist میں (ڈسٹ)
رفتار ۱۸ اور عرض البلد ۲۱٫۷ کے نصف النہاری تفاضل کے ساتھ کالم Lat میں ہمکو (لاٹ)
تفاضل طول البلد کے قریب ۷٫۰۵ کے ملتا ہے کالم Dep میں (ڈیپ شمار)

تخمینہ تعدیل ارتفاعات مساوی

(۳۸) مساوی ارتفاعات آفتاب میں ایک دوپہر کے قبل اور دوسرا دوپہر کے بعد ہوتا ہے
کیونکہ آفتاب کا میل عموماً گھنٹہ کا زاویہ بدلتا ہی دو ارتفاعات کے جو صحیح برابر نہیں ہیں تبدیل ہی
برابر اس فاصلہ کے نصف جو ہر شاہد کے اول کے وقت میں جمع کیا جاتا ہے بغرض اسکا اوسکو درست کرنا

وقت ظاہر ہو جاے جبکہ شمس نصف النہار پر ہو اس صحت کا نام تعدیل اوقات کا مساوی ہے

نہاری متناسب لوگارثم

(۳۹) اس جدول کے لوگارثم بجای وقت کے دقائق کے لوگارثم ہین اون منٹون کے لوگارثم ہین جو کہ ۲۴ گھنٹے = ۱۴۴۰ منٹ مین بقدر اون منٹون کی لوگارثم کی کمی کے جو کہ دی ہوئے وقت مین ہین۔ اسطرح لوگارثم جدول مین ۲ گھنٹے ۱۴ منٹ کیلئے = ۱۳۴ منٹ

لو ۱۴۴۰ - لو ۱۳۴ یا ۳٫۱۵۸۳۶۲۵ - ۲٫۱۲۷۱۰۵۹۷ = ۱٫۰۳۰۹۷۲۸ ∴ لو ۲ گھنٹے ۱۴ منٹ = ۱٫۰۳۰۹۷ پانچ اعشاریون تک اس جدول مین

لوگارثم کو کام مین لانیکی غرض سے فرض کرو کہ ا = ۲۴ گھنٹے ب = کسی کم تعداد گھنٹون کی یا گھنٹون اور منٹون کے یعنی س = زاویہ کی کسی تعداد گھنٹون اور منٹون کے یا درجون اور منٹون کے یا منٹون اور سکنڈون کے تب ا : ب :: س : لا = جواب

اور ا کو ہر حد پر تقسیم کرنے سے $\frac{ا}{ا} : \frac{ا}{ب} :: \frac{ا}{س} : \frac{ا}{لا}$ پس $\frac{ا}{لا} = \frac{ا}{ب} \times \frac{ا}{س}$ کیونکہ $\frac{ا}{ا}$ = ۱ ∴ لو $\frac{ا}{لا}$ = لو $\frac{ا}{ب}$ + لو $\frac{ا}{س}$ اور اسلئے جدولی لوگارثم لا کا = مجموعہ جدولی لوگارثمون ب اور س کے

مثال

اگر تفاوت کسی جرم اوج کا ۲۴ گھنٹہ مین ۶° ۲۱' منٹ ہو تو اوسکا تفاوت ۱۷ گھنٹہ ۲۵ منٹ مین کسقدر ہوگا۔ یہان ۲۴ گھنٹے : ۱۷ گھنٹے ۲۵ منٹ :: ۶° ۲۱' : لا

لیکن لو ۱۷ گھنٹہ ۲۵ منٹ کا = ۱۳۹۲۵ر۰

اور لو ۶ درجہ ۲۱' کا = ۵۷۷۴۴ر۰

لو ۴° ۳۶' ۹'' = ۷۱۶۶۹ر۰ مجموعہ

پس تفاوت مطلوب = ۴° ۳۶' ۹''

لوگارثم تناسب ثلثہ

(۴۰) اس جدول میں جو لوگارثم دئی ہوئے ہیں وہ حاصل تفریق ہیں جو کسی خاص وقت کے سکنڈونکے لوگارثم کو تین گھنٹے = ۱۰۸۰۰ سکنڈ کے سکنڈونکے لوگارثم سے تفریق کرنے سے حاصل ہوئے ہیں

اسطرح لوگارثم ا گھنٹہ ۵۰ منٹ ۱۹ سکنڈ = ۶۶۱۹ سکنڈ کا

لو ۱۰۸۰۰ = ۴٫۰۳۳۴۲۳۸

لو ۶۶۱۹ = ۳٫۸۲۰۷۹۲۴

تفاضل ۰٫۲۱۲۶۳۱۴

∴ لو ا گھنٹہ ۵۰ منٹ ۱۹ سکنڈ کا = ۲۱۲۶۳ ر پانچ درجہ اعشاریہ تک

مثال

اگر چاند کے میل کا تفاوت ۳ گھنٹے میں ۶َ ۱۸ً ہو تو اوسکا تفاوت ۲ گھنٹے ۵۴ منٹ ۳۰ سکنڈ میں کیا ہوگا

لو ۲ گھنٹے ۵۴ منٹ ۳۰ سکنڈ = ۰٫۰۳۶۲۷ ر

~~۱۱۳۵۵۹۲~~

لو ۶َ ۱۸ً = ۱۱۴۵۵۹۳ ر۱

لو ۵َ ۴۷ً ر۵ = ۱۴۹۲۴۰ ر۱ مجموعہ

اسلئے تفاوت مطلوب ۵َ ۴۷ً ر۵ ہے

فاصلہ افق

(۴۱) اس جدول کے ذریعہ سے صحیح فاصلہ دریافت ہوتا ہے

غیر مطبوعہ تحریر: ...ا ۲۹۹۵۳ ... ۱۰۳ ... ۲۹ ...

تیز ... جبکہ ... مقابلہ ۳ ... ۹۵ ۳۰ ۹ تھا ...

روز اور شب کی نصف قوسین

(۴۲) ان جدول سے نصف وقت معلوم ہوتا ہی جبکہ کوئی جرم افق سے اوپر طلوع ہونا شروع ہوتا ہی اس صورت میں کہ میل اور عرض ایک ہی نام کے ہوں یا اوسکے نیچے جبکہ وہ مختلف ناموں کے ہوں پس اوسکا جداگانہ وقت طلوع اور غروب کا نکل سکتا ہی

یعنی چون میل و عرض هر دو از [illegible]
اینها قوس قوس النصف [illegible]
و دیگر فی الف ... شده قوس النهار [illegible]
بر حال تمام هرگاه [illegible]
باید شد [illegible]

جدول کا آغاز عرض سے کیا ہی جو کہ دست چپ کے کالم میں ہی اور میل فوق جدول میں ہے، ان دونوں کی ملتقی پر قوس مطلوب ملیگی۔ اگر آفتاب مطلوب ہو تو یہ قوس وقت حقیقی غروب کا ہوگی بشرطیکہ عرض اور میل ایک ہی نام کے ہوں اور طلوع کا جبکہ وہ مختلف ناموں کے ہوں۔ بر تقدیر اول اگر اوسکو ۱۲ گھنٹے سے گھٹا لیا جائے تو حقیقی وقت آفتاب کے طلوع کا ہوگا۔ اور بر تقدیر ثانی غروب کا۔ وقت طلوع کا دو چند مقدار شب ہوگا اور دو چند وقت غروب مقدار روز

روز کی نصف قوس ظاہر کرتی ہی وہ وقت جو کہ ایک جرم فلکی کے افق شرقی سے نصف النہار تک صاعد ہونے میں صرف ہوتا ہی یا نصف النہار کے افق غربی تک نازل ہونے میں

مثال فرض کرو کہ ۵۱ ۳۰ شمالی عرض میں جبکہ آفتاب کا میل ۲۰ شمالی ہے حقیقی وقت آفتاب کے طلوع و غروب کا مع طول شب و روز مطلوب ہے

زیر میل ۲۰ اور نصف مجموعہ اوسکا جو کہ مطابق ہے ۵۱ اور ۲۰ ۵ کے ہمکو یہ حاصل ہوا

	گھنٹے	منٹ
جو ۱۲ ت سے تفریق ہونے پر .... صفر ۱۲ پر	۱۲	
حقیقی وقت آفتاب کے طلوع کا بتاتا ہے	۴	۱۱

زان بعد ت ۴ ۹ × ۲ = ت ۱۵ ۰ ۲ طول روز

اور ۴ ۱۱ × ۲ = ۸ ۲۲ طول شب

کسی ستارے کے طلوع و غروب کا حقیقی وقت معلوم کرنا

(۴۳) تفریق کرو آفتاب کے مطالع استوائی کو ستارہ کی مطالع استوائی سے ۲۴ گھنٹے بڑھا کے بشرط ضرورت - حاصل تفریق تقریبی وقت ہوگا اوس کوکب کے گذرنیکا نصف النہار سے - زان بعد مع عرض البلد اور میل کوکب کے جدول کو آغاز کرو اور روزی نصف قوس مطابقی معلوم کرو جو کہ مرور نصف النہار سے منہا ہو کر کوکب کے طلوع کا وقت بتائیگی اور اوسمیں جمع کرنے سے اوسکے غروب کا وقت ہوگا

وقت وسطی آفتاب کا کسی کوکب کے طلوع یا غروب کا حاصل کرنا ہو تو تعدیل الایام ناٹیکل المناک سے لیکر وقت حقیقی مذکورہ بالا میں لگایا جاوے ~~(.........)~~ وقت وسطی طلوع و غروب سیارگان کا بطور مذکور تجویز کر سکتے ہیں اونکا میل اور مرور نصف النہار ناٹیکل المناک سال مطلوب سے اوٹھا کر

قمر کے طلوع و غروب کا وقت معلوم کرنا

(۴۴) وقت وسطی قمر کے مرور نصف النہار گرینچ کا ناٹیکل المناک کے صفحہ ۴ سے اوٹھاؤ اور اوسمیں صحت جدول ۱۲ سے اوٹھا کر لگاؤ صفحہ ۴۲ بغرض حاصل کرنے وقت اوسکے مرور کا نصف النہار مقام مطلوب پر - زان بعد قمر کی میل بوقت مرور نصف النہار ناٹیکل المناک ہر ۱۲ گھنٹہ سے صفحہ ۲ ...... اور عرض البلد سے معلوم کرو قوس نصف ...... اور اوس میں اوسکا ...... بڑہاؤ پھر مجموعہ کو مرور نصف النہار سے تفریق کرو باقی اوسکی طلوع کا ......

وقت ہوگا اور جمع کرو اوسی قوس مزید علیہا کو نتیجہ تم نصف النہار ہے باحاصل اوسکی غروب کا نتیجہ نیز ہوگا

(۵۴) اگر تدقیق زاید مطلوب ہو تو تاشکل المنک سے قمر کا میل مطابق تقویم کی وقت طلوع اور غروب کے جیسے کہ معلوم ہو حاصل کرو — اور وسکو گر نجم کے وقت کی طرف تحویل — نصف قوس مطابق میل اور عرض بلد کے میل کر و پھر جدول (۳۹۶ سے) سے جمع کرو تو گا رسم نصف قوس

معلوم کر دہ کا اور ہوگا رسم تشریل ہو ہر قمر کا نصف النہار سے مجموعہ نصف قوس کا ہوگا رسم ہوگی جو کر جمع کئے جائیگی ان دونوں کو عرض معلوم کے نجم نصف روز کی ہوگی سے پھر لگا وہ نتیجہ کو قمر کے مم نصف النہار سے جو ہے اوسمیں ملا لگے تو اوقات طلوع وغروب قریب تحقیق کے نکلینگے (اگر نتیجہ کو ۱۲)

حصص نصف النہار

(۴۶) جدول حصص النہار کرہ شمالی پر ہر نیز کے کام میں آتی ہے اور معلوم کرنے میں خط نصف النہار کے جو کرہ شمالی کے نقشہ میں کھینچے ہوئے ہیں وہ ذیل کے قاعدہ سے معلوم ہو سکتی ہیں

حصص نصف النہار = ۷۶۳۱۰۴۶ر۱۵ ۹۷ {لوگ مماس (۴۵ + عرض) − ۱۰}

مثال اول

معلوم کرو فرق نصف النہار کی عرض کا وسطی دو دیئے ہوئے عرضوں کے یعنی

۵۷ ۹ شمالی اور ۳۵ ۱ شمالی

حصہ نصف النہار واسطے ۵۷ ۹ = ۲ر۱۹۹۱۴ شمالی

۳۵ ۱ = ۲۲۴۵ر۵

فرق نصف النہاری عرض = ۱۹۵۳ر۷

جبکہ عرض مختلف نام کے ہوں تو حصص نصف النہار واسطے دو دئے ہوئے عرضوں کے جمع کئے جائینگے — مجموعہ فرق نصف النہاری کا عرض کا ہوگا

مثال ۲ - ایک جہاز شمال کی جانب روانہ ہوا یہاں تک کہ عرض کا فرق نصف النہاری
۱۰۵۲ ہے اور جس مقام سے روانہ ہوا تھا اوس کا عرض ۲۸ درجہ ۱۷ دقیقہ شمالی تھا تو کہ اب جہاز کس عرض پر ہے

حصہ نصف النہار واسطی ۲۸° ۱۷' = ۹ر۹۶۹۴۸۲ شمالی
فرق عرض نصف النہار = ۰ر۱۰۵۲ شمالی
حصہ نصف النہار واسطے ۵۰° ۴۴' = ۹ر۱۴۵۳۵ شمالی

لہذا عرض مطلوب ۵۰° ۴۴' ہے

جبکہ عرض البلد معلوم جہاں سے جہاز روانہ ہوا اور فرق نصف النہاری عرض البلد مختلف نام کے ہوں تو تفاضل درمیان حصص نصف النہار عرض بلد مقام روانگی کا اور نصف النہاری فرق عرض کا لیا جاوے اور عرض مطلوب مطابق اس تفاضل کے اور عرض روانگی ایک نام کے ہونگے اگر حصص نصف النہار عرض روانگی کے بڑی ہوں فرق نصف النہاری عرض کے اور مختلف ہونگے جبکہ کم ہوں

مثال سوم

عرض گزشتہ ۱۵° ۹' شمالی اور فرق نصف النہاری عرض کا ۶ر۹۵۶ جنوبی تو عرض موجود بتاؤ - حصہ نصف النہار ۱۵° ۹' = ۸ر۹۱۹ شمالی
فرق نصف النہاری عرض = ۶ر۹۵۶ جنوبی
حصہ نصف النہار واسطے ۳° ۴۴' = ۲ر۴۳۳۲ شمالی

پس عرض موجودہ ۳° ۴۴' شمالی

مثال چہارم

عرض گزشتہ ۱۱° ۶' شمالی فرق نصف النہاری کا عرض ۸ر۱۳۳۸ جنوبی ہے عرض موجود بتاؤ
حصہ نصف النہار واسطی ۱۱° ۶' = ۸ر۰۰۷ شمالی
فرق نصف النہاری عرض = ۰ر۱۳۳۸ جنوبی
حصہ نصف النہار واسطی ۸° ۵۵' = ۲ر۲۷۳۵ جنوبی

عرض موجودہ ۸° ۵۵' جنوبی ہے

حقیقی دباؤ افق کا

(۴۷) حقیقی دباؤ افق کا کسی ارتفاع نظر کے واسطے جو کہ ۱۰۰ فیٹ سے زیادہ نہو اس جدول میں دیا ہوا ہے - وہ اصول جس سے وہ بنائی گئی ہے برکمشنل میتھیمیٹک کے بیان ۵۵ میں ہوا دیا ہے مثلاً دباؤ افق کا جبکہ ارتفاع نظر ۳۰ فیٹ ہو ۵ دقیقہ ۱۸ ثانیہ ہے اور جبکہ ارتفاع مرئی کسی معلوم کیا جاویگا

اگر ارتفاع مرئی ۴۰ درجہ ۱۸ دقیقہ ۹ ثانیہ ہے اور ارتفاع نظر ۱۲ فیٹ تو ۱۲ کی مقابل دباؤ ۳ دقیقہ ۲۱ ثانیہ ہوگا لہذا ارتفاع مرئی = ۴۰ ۱۸ ۹

دباؤ واسطے ۱۲ فیٹ کے = ۳ ۲۱

ارتفاع حقیقی = ۴۰ ۱۴ ۴۸

سمندر کا عمق ناظر سے مختلف فاصلوں پر

(۴۸) جبکہ کسی شے کا ارتفاع لینا ہو اور دائرہ افق سمندر نہ ہو بوجہ درمیانی زمین کے یا اور نظر آتا ہو تو ارتفاع اوس خط سے لیا جاتا ہے جو سمندر اور زمین کو تقسیم کرتا ہو اور چونکہ یہ خط افق سے قریب تر ہوتا ہے تو تصحیح اوسکی عمق کی بڑی ہوگی سمندر کی افق کے عمق سے اور بڑھتی جائیگی جتنا جتنا یہ خط قریب ہوتا جائیگا ناظر کی نظر سے - مقدار اس عمق کی اس جدول میں دی ہوئی ہے مثلاً ارتفاع نظر ۳۰ فیٹ ہے اور خط محیط جو ۲½ میل دور ہے ۔ فرض کرو ارتفاع مرئی = ۳۲ ۱۴ ۱۸

تو ۳۰ فیٹ کا عمق ۲½ میل کے فاصلہ سے = ۸

حقیقی ارتفاع = ۳۲ ۶

انقباض انعطاف اقطار شمس و قمر

(۴۹) اس جدول کی سب سے اوپر کی سطر میں شمس و قمر کا ارتفاع ہے اور بائیں کالم میں اوس نصف قطر کا جھکاؤ طرف افق کے جسکا انقباض مطلوب ہے (دیکھو برکمشنل میتھیمیٹکس بیان ۴۸)

اس طرح کہ دن اُبھرے جگہ کے ارتفاع کے وسطی انخفاض عمودی قطر کا جسکا کہ میل افق پر ۹۰ درجہ ہو ۸ ثانیہ ہے
اور ۴۴ درجہ کے ارتفاع کا جسکا میل ۵ ثانیہ ۴ ۱ ہے اسی طریق پر جگہ افقی نصف قطر قمر کا ۱۵ دقیقہ ۳۰ ثانیہ ہے
اور اوسکا ارتفاع ۱۲ درجہ ہو تو اوسکا نصف قطر جو کہ ۶۰ درجہ افق کی طرف جھکا ہوا ہوگا

= ۱۵ ۳۰ – ۴ = ۱۵ ۲۶

تحویل اختلاف منظر استوائی قمر

(۵۰) اس جدول کے اوپر کی سطر میں افقی استوائی اختلاف منظر ہے جو کہ ناٹیکل المنک میں درج ہوا ہے اور تصحیح جو اوس میں لگائی جاتی ہے بغرض تحویل کرنے طرف افقی اختلاف منظر کے وسطی کسی عرض کی دی ہوئی ہے اور اوسکے نیچے کے کالم میں اور عرض کے مقابل جو کہ بائیں کالم میں ہے یہ تصحیح ہمیشہ نقصانی ہے مثلاً تحویل وسطی مندرجہ اختلاف منظر وسطی کو ۵۴ دقیقہ ۲۰ ثانیہ اور عرض ۳۰ درجہ کے ۷٫۳ ہے تو افقی اختلاف منظر وسطی عرض معلوم

= ۵۴ ۲۰ – ۷٫۳ = ۵۴ ۱۲٫۷

انکسار وسطی

(۵۱) اس جدول میں وسطی انکسار دیا ہوا ہے وسطی دباؤ ۲۹٫۶ انچ کے اور حالت گرمی و سردی کے ۵۰ درجہ کے جن اصول پر دیا ہے وہ پرنسپل مینٹیہی سیکس کے مسئلہ ۸ بیان ۵۲ میں تشریح ہوا ہے انکسار وسطی ارتفاع ۳۲ درجہ ۱۰ دقیقہ کا ملیگا اوسکے مقابل دوسرے کالم میں اور ۱ دقیقہ ۳۰ ثانیہ ہے مرئی ارتفاع ۳۲ درجہ ۱۰ دقیقہ ۰ ثانیہ

وسطی انکسار — ۰ ۱ ۳۰

اصلی ارتفاع = ۳۲ ۹ ۳۰

تصحیح انکسار وسطی

(۵۲) جبکہ دباؤ اور حالت گرمی اور سردی ۲۹٫۶ اور ۵۰ سے مختلف ہوتے ہیں تو تصحیح اوس کا قاعدہ بھی ہو سکتی ہے جو ۵۳ بیان میں پرنسپل مینٹیہی سیکس ہے ۔ مثال مذکورہ میں جس میں کہ ارتفاع ۳۲ درجہ ۱۰ ہے فرض کرو کہ حالت گرمی و سردی اور دباؤ ۵۹ درجہ اور ۲۹٫۶ کے تو تصحیح جدول میں اسکے

ارتفاع ۳۳ ۱۰ اور حرارت گرمی و سردی ۶۹ — بہ تبہ ۳

ارتفاع ۳۲ ۱۰ اور دباو ۳۰٫۳۵ = + ۰ ۰ ۲

تصحیح دونوں کی یہ ہوگی — ۰ ۰ ۲

انکسار وسطی ———— ۰ ۱ ۳۰

اصلی انکسار ———— ۰ ۱ ۲۸

مرئی ارتفاع ———— ۳۲ ۱۰ ۰

اصلی ارتفاع ———— ۳۲ ۸ ۳۲

اختلاف منظر ارتفاعی شمس

(۵۳) اس جدول میں ارتفاع مرئی شمس ایک سطر میں ہے اور اسکا اختلاف منظر برابر کی سطر میں ہے
ہمیشہ ارتفاع کے ساتھ جمع ہے

انکسارات بیسل

(۵۴) پروفیسر بیسل صاحب کانگسبرگ نے ایک جدول بنائی ہے جو کہ انکسارات بیسل کے نام سے مشہور ہے جو کہ حال میں اور جگہ استعمال کی جاتی ہے جہاں بہت بڑی تدقیق منظور ہو علاوہ ارتفاع حقیقی مرئی کے یہ ضرور بات ہے کہ بیرامیٹر کی بلندی کا تیقن کیا جاوے جسپر جزو ضربی ب موقوف ہے اور تھرمامیٹر کی جو بیرامیٹر میں لگا ہو جسپر جزو ضربی ت موقوف ہے اگر لگا ہوا تھرمامیٹر نہ دیکھا گیا ہو تو ہم قبول کریں کہ اسکی علامات تام ہی ہیں جو بیرونی تھرمامیٹر کا انکسار معلوم ہو سکتا ہے خواہ اعداد اصلیہ سے خواہ لوگارثم سے طریقہ اخر النکر (یعنی لوگارثم) سہج تر ہے تقسیم کا مطلب یہ ہے واسطے قلیل ارتفاعات کی جو کہ اجزا ضربی

ھ اور ن سے ظاہر ہیں وہ صرف بذریعہ لوگارثم کے آرام سے استعمال کی جا سکتی ہیں جبکہ ارتفاع قلیل ہو اور تدقیق اعلےٰ مطلوب نہو تو استعمال لوگارثم کا موقوف کیا جاۓ بلکہ بذریعہ اعداد اصلیہ کے فرض کرو کہ س = انکسار وسطی کے اول توالی کے جو جدول سے اوٹھاۓ گئے ہیں اور ب ت ت جیسا کہ اوپر بیان ہوا تو اصلی انکسار توالی ہیں = س × ب × ت × ت

مثال

ارتفاع مرئی کسی کوکب کا ۳۸ جہ ۷ اقہ ۴۵ ثیہ تھا بیرامیٹر ۳۰٫۵۷ انچ تھا ٹھرمامیٹر متعلقہ ۷ر۴۰ جہ فہر اور بیرونی ۱۳ر۴۱ جہ فہر مطلوب ہے کہ انکسار دریافت کریں (فہر مخفف ہے فہرن ہیٹ کا جسکے معنی حرارت پیمانہ کے ہیں یعنی یہ نام اوس ٹھرمامیٹر کا ہے جسکا نقطہ انجماد ۳۲ جہ پر ہو اور جوش کا نقطہ ۲۱۲ جہ پر یعنی جبکہ سیماب ۳۲ جہ پر ہوگا تو پانی منجمد ہو جائیگا اور جب ۲۱۲ جہ پر پہنچیگا تو کہولنے لگیگا) انکسار وسطی واسطے ۳۸ جہ ۷ اقہ ۴۵ ثیہ کے

۱ اقہ ۱۳ ثیہ = ۷۳ ثیہ = س بیرامیٹر ۳۰٫۵۷ جزو ضربی ب ۱٫۰۳۳

ٹھرمامیٹر متعلقہ ۷ر۴۰ جہ جزو ضربی ت ۹۹۹ر

بیرونی ٹھرمامیٹر ۱۳ر۴۱ جہ جزو ضربی ت ۱٫۰۱۴

ب × ت × ت = ۱٫۰۳۳ × ۹۹۹ر × ۱٫۰۱۴ = ۱٫۰۴۶

اصلی انکسار = ۷۳ ثیہ × ۱٫۰۴۶ = ۷۶٫۳ ثیہ = ۱ اقہ ۱۶٫۳ ثیہ

بذریعہ لوگارثمات کے جدول سے جزو ضربی لوگارثم ب اوٹھاؤ مطابق بلندی بیرامیٹر کے اور اجزاء ضربی لوگارثم ت مطابق ٹھرمامیٹر متعلق اور ٹھرمامیٹر بیرونی کے نیز لوگارثم ا اور ھ اور ن مطابق حقیقی ارتفاع کے اوٹھاؤ – مجموعہ لوگارثم ب اور لوگارثم

ت کو میں نیز ضرب دو لوگارثم ت کو ن میں حاصل کرو مجموعہ جبریہ ان حاصلات ضرب کا اور
اوسمیں لوگارثم ا جمع کرو اور لوگارثمی ظل ثانی حقیقی ارتفاع کا مجموعہ لوگارثم ہوگا
انکسار کا قوس کے توالی میں بہ ضابطہ ظاہر کیا جاتا ہے جبر و مقابلہ کے طریق پر ذیل میں

انکسار کا لوگارثم توالی میں = لوگارثم ظل ثانی حقیقی ارتفاع + لوگارثم ا + م
(لوگارثم ب + لوگارثم ت) + ن لوگارثم ت

مثال

حقیقی ارتفاع مرئی کسی کوکب کا ہے جو ۱۰ اقہ ۱۵ انیہ تھا بیرامیٹر ۲۹٫۹۶ انچ تھرمامٹر
متعلق ۴۲٫۳۵ جہ فہر اور بیرونی تھرمامیٹر ۱۲٫۶۵ جہ فہر انکسار مطلوب ہے

لوگارثم ظل ثانی ۲۰ جہ ۱۰ اقہ ۱۵ انیہ = ... ۰٫۴۳۰۹۰ = ۱۰٫۰۷۳
لوگارثم ا ... = ۰٫۲۳۵۰۷ = ۱۰٫۰۷۴۴
لوگارثم ت = ۰٫۰۰۴۳
لوگارثم ب + لوگارثم ت = ۰٫۰۰۴۷۶ +
م (لوگارثم ب + لوگارثم ت) = ۰٫۰۰۷۳ × ۱٫۰۰۷۶ = ۰٫۰۰۴۷۹
ن لوگارثم ت = ۴۴۳۷٫۰ × ۱٫۴ = ۰٫۰۰۴۱ = ۰٫۰۰۳۵۸

∴ لوگارثم انکسار ۲٫۲۶۳۵۹۹

انکسار = ۵٫۳۳۴ ثانیہ = ۷ قہ ۵٫۲ ثانیہ

تصحیح بہ نصف النہار قمر

(۵۶) ان جدول کی ~~مدد سے نصف قطر قمر کا اوسکے ارتفاع حقیقی~~

سب سے اوپر کی سطر میں روزمرہ کا وقف مطابق مندرجہ ممر نصف النہار کے ہے اور بائیں کالم میں
طول مسبوق الذکر کے تحت میں اور آخر الذکر کے مقابل تصحیح ہے جو کہ لگائی جائیگی جمع سے
واسطے وقت ممر مندرجہ روز معلوم کرنے کے یعنی برغرض حاصل کرنے ممر نصف النہار مقام مطلوب
وہ لگائی جائیگی جمع سے واسطے غربی اور تفریق سے واسطے شرقی طول کے (دیکھو مثال اور تشریح
بر بکمیل مشتمہی سیکس بیان ۶۹ ، ۸۶ اور ۸۷)

تعظیم نصف قطر قمری

(۵۶ م) اس جدول کی سطر بالائی میں قمر کا افقی نصف قطر دیا ہوا ہے اور اوسکا ارتفاع حقیقی
بائیں کالم میں زیر مسبوق الذکر اور مقابل آخر الذکر تعظیم درج ہے یعنی قمر کے حقیقی نصف قطر کی
ترقی یا افزونی بوجہ قریب تر ہونے قمر کے ناظر سے نسبت اوسکی جبکہ افق پر ہو
مثلاً واسطے افقی نصف قطر ۱۵ اقہ ۳۰ نیہ اور ارتفاع ۱۲ درجہ کے تعظیم ۵٫۵ نیہ ہے پس
نصف قطر معظم = ۱۵ اقہ ۳۰ نیہ + ۵٫۵ نیہ = ۱۵ اقہ ۳۵٫۵ نیہ

تبدیل باہمی وقت سائیڈریل و وسطی

(۵۷ م) اس جدول میں دیا ہوا وقت خواہ وسطی یا سائیڈریل بائیں کالم میں ملیگا اور
برابر کے دوسری کالم میں تصحیح مطابقی ہے جو کہ لگائی جائیگی بذریعہ جمع یا تفریق کے بموجب سائیڈریل
یا وسطی وقت کی
تصحیح جو کہ سائیڈریل کالم سے تفریق ہوگی کہلائی جاتی ہے توقف وقت وسطی کا سائیڈریل پر
اور تصحیح جو کہ وقت وسطی میں جمع کیجائیگی کہلاتی ہے تشتاب سائیڈریل ٹائم کی وسطی پر
نصف بالا اس جدول کا استعمال ہوتا ہے تبدیل کرنے میں شمسی وقت کی سائیڈریل میں تصحیح کو جمع
کرنا سے اور نصف زیریں سائیڈریل کو شمسی وقت میں تصحیح کو تفریق کرنا سے

مثال ۱۰ ات ۱۸ فہ ۵۸ر۳۲ نیہ وقت وسطی کے دکھائے ہوئے ہیں تو مطابقی سائیڈریل وقت معلوم کرو۔

وقت معلوم =	۱۰ ات	۱۸ فہ	۵۸ر۳۲ وسطی
تشاب ۱۰ ات فہ نیہ =	۰	۱	۳۸ر۵۶
۰ ۱۸ ۰ =	۰	۰	۲ر۹۶
۰ ۰ ۵۸ =	۰	۰	۰ر۱۶
۰ ۰ ۰ر۳۲ =	۰	۰	۰ر۰۰
۱۰ ۱۸ ۵۸ر۳۲ = +	۰	۱	۴۱ر۶۹
سائیڈریل ٹائم مطلوب =	۱۰	۲۰	۴۰ر۰۱

مثال سائیڈریل بطرف وسطی بر تکنیکل مشتہی مشکین بیان ۸۶۵ میں دیکھو
مطابقی اوقات کے واسطے ناٹیکل المنک صفحہ ۴۸۸ سے ۴۹۱ تک دیکھو

تحویل درجات باوقات

(۵۸) یہ جدول استعمالی ہوتی ہے طول کو وقت کی طرف تحویل کرنے میں بحساب ۱۵ اجہ ایک گھنٹہ میں درجات دقائق یا ثوانی طاق کالم میں دی ہوئی ہیں اور مطابقی وقت جفت کالم میں جبکہ پہلا کالم شمار ہوتا ہے درجات تو دوسرا گھنٹے اور منٹ وقت کا ہے اور جبکہ پہلا منٹ ہیں یا ثانیہ تو دوسرا منٹ اور سکنڈ ہی وقت کا وسطا بذا القیاس مثال تحویل کرو ۱۶۱ اجہ ۵ فہ ۳۰ نیہ طول البلد کو وقت کو

۱۶۰ اجہ =	۱۰ ات	۴۰ منٹ	۰ نیہ
۱ اجہ =	۰	۴	۰
۵ فہ =	۰	۰	۲۰
۳۰ نیہ =	۰	۰	۱ر۳
وقت مطلوب =	۱۰	۴۴	۲۱ر۳

تحویل اوقات بدرجات

(۵۹) یہ جدول جدول بالا کا عکس ہے وقت دیا ہوا ہے طاق کالم اور طول جفت کالم میں مطابقی اس وقت

اور فاصلہ کے متعدد منٹ ہوتے ہیں بشکل جدول گزشتہ کے

مثال تحویل کرو ۵ ت ۲۳ قہ ۱۰ انیہ ۴۴ ثلثہ کو طول کی طرف

۵ ت	=	۷۵	قبہ	۰
۲۳ قہ	=	۵	۳۰	۰
۱۰ انیہ	=	۰	۲	۳۰
۴۴ ثلثہ	=	۰	۰	۱۰
طول مطلوب	=	۸۰	۳۲	۴۰

حرکت وسطیہ شمس جہت دو پہر کے وقت وسطی

(۶۰) یہ جدول اس غرض سے ہے کہ حرکت وسطیہ شمس وسطی کی مطالع استوائی میں وسطی وقت کو بتاتی ہے
آفتاب کی وسطی حرکت مطالع استوائی میں ۱۰ ات وسطی = ۴۴ ر قہ ۹ ۶۶ ۴۴ ر ۳۹ نیہ ہے اور دو سکے
روز میں ۹ حہ ۱۵ قہ ۲۵ ر ۲۳ نیہ
حرکت وسطیہ جدول میں برابر ہے اور یہ بجائے کہ جو وسطی وقت میں ہوتی ہے مطابق جدول وسطی وقت پر
یا برابر ہے اور یہ بجائے جو ساشد یرل وقت میں ہوتی ہے مطابق جدول وقت پر جو ساید یرل
فرض کیا گیا ہے
لہذا مطابق وسطی حرکت فاصلہ کے حصہ میں اس جدول میں اور سرعت کے بجائے جدول صفحہ ۳۳۴ میں برابر
۲۴ ر ت وسطی میں حرکت وسطیہ ۵۹ قہ ۲۵ ر ۳۳ ر ۸ نیہ ہے لیے ۳ منٹ ۱۹ ر ۵۵ نیہ
وقت وسطی اور سرعت ۳ قہ ۵۶ ر ۵۶ ر ۵ نیہ ساشد یرل کا ہے
چونکہ ۲۴ گھنٹے وقت ساشد یرل کے = ۲۴ گھنٹے وقت وسطی — ۳ منٹ ۱۹ ر ۵۵ نیہ وسطی
لہذا ۲۴ گھنٹے وقت وسطی = ۲۴ گھنٹے ساشد یرل + ۳ منٹ ۱۹ ر ۵۵ نیہ وسطی
نیز ۲۴ گھنٹے وسطی = ۲۴ گھنٹے ساشد یرل + ۳ منٹ ۵۶ ر ۵۶ ر ۵ نیہ ساید یرل

اور ۲۴ گھنٹہ وسطی = ۳۶۰ ج * + ۵۹ قہ ۳۲۵ ر۸ نیہ

نیز ۲۴ گھنٹہ سائیڈریل = ۳۶۰ ج خط استوا

فلہذا ۵۹ قہ ۳۲۵ ر۸ نیہ = ۳ قہ ۵۶ ر۵۶۵ نیہ سائیڈریل = ۳ قہ ۱۹ ر۵۵ نیہ

اس جدول میں وقت کا عکس کرنے سے جسکی قیمت فاصلہ کے صحن میں سائیڈریل فرض کی گئی ہے (جدول صفحہ ۴۳۴) اوسمیں مطابقی وسطی حرکت جمع کرنے سے مجموعہ اوس وقت کی قیمت ہوگا جو وسطی فرض کیا گیا ہے جو کہ خط استوا کے صحن میں ظاہر کیا گیا ہے

اسطرح ۲۴ گھنٹہ وسطی = ۲۴ گھنٹہ سائیڈریل + ۵۹ قہ ۳۲۵ ر۸ نیہ = ۳۶۰ ج ۵۹ قہ ۳۲۵ ر۸ نیہ

فاصلہ افق حسی

(۶۱) فاصلہ افق حسی کی ۲۰۰ فیٹ کی ارتفاع ۲۸ ر۵۳ میل ہے

یہ مماسی فاصلہ ہے اور اگر حقیقی فاصلہ مطلوب ہو تو تصحیح انکسار جمع کرنی چاہیے

(دیکھو پرکٹیکل میتھیمیٹکس ۵۸۷ و ۵۹۴)

اسطرح کہ اگر انکسار شاہد کی وقت فاصلہ کو $\frac{1}{12}$ بڑھاتا ہے تو حقیقی بعد مثال بالا کا = ۲۸ ر۵۳ + ۲ ر۸۵ = ۳۱ ر۳۸ میل

جبکہ فاصلہ افق کا جو کسی بلندی سے دیکھا گیا ہو دیا ہو تو بلندی دریافت ہو سکتی ہے اور اسی جدول سے اس صورت میں حقیقی فاصلہ اول تحویل کر لیا جائے مماسی فاصلہ میں بذریعہ تفریق کرنے کے ایک مناسب تصحیح انکسار جبکہ ارتفاع معلوم جدول کی حدود سے باہر ہو تو اوسکا $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{16}$ حاصل کرو اور ضرب کرو مطابقی فاصلہ کو ۲ - ۳ یا ۴ میں علی الترتیب تو نتیجہ مماسی فاصلہ ہوگا اس قاعدہ کی وجہ سے کہ ارتفاعات متناسب ہیں فاصلہ کے مربعات کے

اگر ارتفاع ۱۰۲۰۰ ہو تو اوسکا ربع ۲۵۵۰ حاصل کرو اور بمطابق قاعدہ ۲ء۳ ۵۳ × ۳
بتاتا ہے ۴ء ۱۰۷ سماسی فاصلہ واسطے ۱۰۲۰۰ فیٹ تک
بہ کیف عمل میں استعمال جدول کا محدود ہونا چاہئے ۶۰ یا ۸۰ میل تک

تحویل اختلاف المنظر افقی قمری و نصف قطر بتاریخ معلومہ گرینچ

(۶۲) معلوم کرو تبدیل افقی اختلاف المنظر یا نصف قطر میں واسطے ۲ اگھنٹے کے فرق جدول
میں اور اوس تبدیل کے تحت اور مقابل میں جب کے جسکے واسطے تصحیح مطلوب ہے تو انی لیئے گے
جو لگائے جائینگے بذریعہ جمع یا تفریق کے بموجب صعود یا نزول اوس مقدار یا جسکی تصحیح مطلوب ہے

امثال ثنائی جہت التمام ارقام وسطیہ بذریعہ تفاضلات

(۶۳) اس جدول میں اگر ت = حصہ کے تو تفاضل ثانی = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-۱)}{۱\,.\,۲}$ اور
تفاضل ثالث = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-۱)(\text{ت}-۲)}{۱\,.\,۲\,.\,۳}$ تفاضل رابع = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-۱)(\text{ت}-۲)(\text{ت}-۳)}{۱\,.\,۲\,.\,۳\,.\,۴}$

اور تفاضل خامس = $\frac{\text{ت}(\text{ت}-۱)(\text{ت}-۲)(\text{ت}-۳)(\text{ت}-۴)}{۱\,.\,۲\,.\,۳\,.\,۴\,.\,۵}$ جبکہ ت مثبت ہو
تو اول و سوم و پنجم تفاضلات + ہونگے اور دوم و چہارم – لیکن اگر ت – ہو تو اول
و سوم و پنجم – اور دوم و چہارم + ہونگے

کرنا اون خوہر زنجیر سے تفریق کیجائینگے کسی صعودی یا نزولی خط میں بغرض اوسکے تحویل کرنیکے مساحت افق میں

(۶۴) پیمائش کرنے میں نشیبی زمین کے وہ خطوط جو پیمائش کئے جاتی ہیں متوازی بالشیب ...

بسبب طول ہونے اونکے انکے افقی سطح مین تحویل کرنا چاہیئے بموجب اونکی زاویہ فرازی یا نشیبی کے

عدد کڑیون کا جو منہا کیا جائیگا ہر جریب ور سطحی کسی تعداد   کے زاویہ مین ہیہا تک

۲۳ جہ ۲ ہ دسے ہین حصہ اول مین جدول کے